

SIFIR DGS • SIFIR TYT • SIFIR MSÜ • SIFIR KPSS • SIFIR ALES •



SIFIRDAN MATEMATİK SETİ

MATEMATİK

- π Kümeler
- π Permütasyon
- π Kombinasyon
- π Olasılık
- π Fonksiyonlar
- π İşlem



Esin ALTINTAŞ • Merve IŞIK



SIFIR ALES • SIFIR DGS • SIFIR TYT • SIFIR MSÜ • SIFIR KPSS • SIFIR TYT • SIFIR MSÜ • SIFIR KPSS • SIFIR ALES •



SIFIR TYT • SIFIR MSÜ • SIFIR DGS • SIFIR ALES • SIFIR TYT • SIFIR MSÜ • SIFIR KPSS • SIFIR ALES •

Sıfırdan Matematik Seti

SMS



MODÜL İÇERİĞİ

■	Kümeler	3
■	Permütasyon	15
■	Kombinasyon	29
■	Olasılık	41
■	Fonksiyonlar	51
■	İşlem	75



Saray Mah. Fatih Sultan
Mehmet Blv. No: 316
Kahramankazan / ANKARA



T.C. Kültür ve Turizm
Bakanlığı Sertifika No
52497



0552 518 06 06



akademideniziyayincilik@gmail.com



akademidenizi.com.tr

Yayın Koordinatörü
Selim IŞIK

Yazarlar
Esin ALTINTAŞ - Merve IŞIK

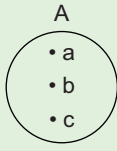
Masaüstü Yayıncılık Yönetmeni
Taha Yasin ALIÇ

ISBN
978-625-6389-71-7

BASKI

© COPYRIGHT AKADEMİ DENİZİ YAYINCILIK

Bu kitabın her türlü yayım hakkı Akademi Denizi Yayıncılık'a aittir. Bu kitabın baskısından 5846 ve 2936 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Yasası hükümleri gereğince kaynak gösterilerek bile olsa alıntı yapılamaz, herhangi bir şekilde çoğaltılamaz, genel ağ ve diğer elektronik ortamlarda yayımlanamaz.

- İyi tanımlanmış nesnelere topluluğuna “küme” denir. Bu nesnelere her birine kümenin “elemanları” denir.
 - Rakamlar kümesi = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- Bir küme büyük harf ile gösterilir bu kümenin elemanları ise küçük harfle gösterilir.
 - “A” kümesi ve “a” elemanı
- Elemanlarının her biri farklı olmalıdır.
 - $A = \{a, b, a\}$ küme olamaz çünkü a iki defa yazılmış.
- Elemanlar \in sembolü ile gösterilirken elemanı değildir \notin sembolü ile gösterilir.
 - $A = \{a, b, c\}$ kümesi verilsin.
 $a \in A$ (a, A kümesinin **elemanıdır**.)
 $d \notin A$ (d, A kümesinin **elemanı değildir**.)
- Elemanı olmayan kümeye “boş küme” denir. \emptyset veya $\{ \}$ sembolleri ile gösterilir.
 - İki basamaklı rakamlar kümesi boş kümedir çünkü rakamlar iki basamaklı olamayacağından elemanı yoktur.
- Bir A kümesinin eleman sayısı $s(A)$ ile gösterilir.
 - $A = \{a, b, c\}$ kümesinin eleman sayısı $s(A) = 3$ 'tür.
- **Kümelerin Gösterimi**
 - 1) **Liste Yöntemi:** Bir kümenin elemanlarının küme parantezi içine yazılarak virgülle ayrılmasıdır.
 - $A = \{a, b, c\}$ ➤ $B = \{k, m, n, t\}$
 - 2) **Venn Şeması Yöntemi:** Küme elemanlarının kapalı bir şekil içerisinde birer nokta olarak gösterilmesidir.
 - A kümesi = $\{a, b, c\}$ ➤ 
 - 3) **Ortak Özellik Yöntemi:** Kümenin elemanlarının ortak özelliklerine göre yazılmasıdır.
 - $A = \{\text{çift sayılar}\}$

Ortak özellik yönteminde “:” veya “|” sembolleri de kullanılır. Bu sembollerin anlamı “öyle ki”dir.

 - $A = \{x : x, 5\text{'ten büyük rakamlar}\}$
 - $B = \{x | x, -2 \text{ ile } 2 \text{ arasındaki tam sayılar}\}$
- $\{\emptyset\}$ boş küme değildir. Bir elemanı boş küme olan, bir elemanlı bir kümedir.

Örnek 1

- I. 1 ile 12 arasındaki tek sayılar
 - II. Güzel kızlar
 - III. ANKARA kelimesinin harfleri
 - IV. İzmir'deki bazı erkekler
- Yukarıdaki ifadelerden hangileri bir küme belirtir?

Çözüm

Öznel yargı içeren ifadeler kişiden kişiye farklı anlamlar kazandığından bu kelimelerin içinde bulunduğu cümleler küme belirtmezler.

I ve III. ifadeler iyi tanımlanmış olduğundan küme belirtir.

II ve IV. ifadeler iyi tanımlanmamış olduğundan küme belirtmez.

■ KÜMELER

Küme ve Kümenin Gösterimi ✓

Örnek 1

- I. 4 ile 5 arasındaki tam sayılar
 - II. Türkiye'deki en güzel şehirler
 - III. Haftanın c ile başlayan günleri
- Yukarıdaki ifadelerden hangileri bir küme belirtir?
Çözme sırası sizde ☺

Örnek 2

- $X = \{a, b, \{c, d\}\}$ kümesi için,
 - I. $x \in X$
 - II. $\{c, d\} \in X$
 - III. $s(X) = 4$
 ifadelerinden hangileri doğrudur?
Çözme sırası sizde ☺

Örnek 3

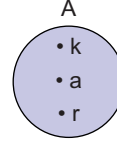
- "18'i tam bölen doğal sayılar."
şeklinde tanımlanan bir kümenin eleman sayısı kaçtır?
Çözme sırası sizde ☺

Örnek 4

- $A = \{x: 2 \leq x^2 < 16, x \in \mathbb{Z}\}$
kümesinin eleman sayısı kaçtır?
Çözme sırası sizde ☺

Örnek 5

- Aşağıda Venn şeması ile gösterilmiş kümeyi liste yöntemi ile gösteriniz.



Çözme sırası sizde ☺

Örnek 6

- $A = \{0, 3, 6, 9\}$ kümesi veriliyor.
 - I. $1 \notin A$
 - II. $s(A) = 4$
 - III. $9 \in A$
 ifadelerinden hangileri doğrudur?
Çözme sırası sizde ☺

Örnek 7

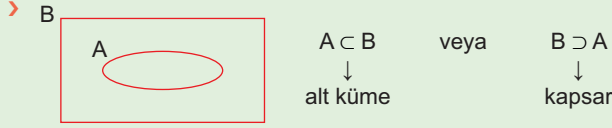
- $A = \{\text{asal rakamlar}\}$
şeklinde ortak özellik yöntemi ile gösterilen kümeyi liste yöntemi ile gösteriniz.
Çözme sırası sizde ☺

Örnek 8

- $K = \{1, 2, \{3, 4\}, 5\}$ kümesi veriliyor.
 - $s(K) = 4$
 - $\{3, 4\} \in K$
 - $3 \notin K$
 - $4 \notin K$
 ifadelerinden kaç tanesi doğrudur?
Çözme sırası sizde ☺

Eşit Küme: Bütün elemanları aynı olan kümelere denir. A kümesi ve B kümesi eşit ise $A = B$ şeklinde gösterilir.

Alt Küme: Bir A kümesinin her elemanı, aynı zamanda bir B kümesinin de elemanı ise A kümesi B kümesinin alt kümesi denir ve $A \subset B$ şeklinde gösterilir. Boş küme tüm kümelerin alt kümesidir.



Özalt Küme: A kümesinin kendisi dışındaki alt kümelerine özalt kümeleri denir.

■ n elemanlı bir küme için,

➤ Alt küme sayısı = 2^n

➤ Özalt küme sayısı = $2^n - 1$
şeklinde bulunur.

■ 3 elemanlı bir küme için,

➤ Alt küme sayısı = $2^3 = 8$ olur.

➤ Özalt küme sayısı = $2^3 - 1 = 7$ olur.

Örnek 1

- $x = \{1, 2, 3, 4\}$, $y = \{3, 4, 5\}$, $z = \{x: 2 < x \leq 5, x \in \mathbb{N}\}$
kümelerinden eşit olanları belirleyiniz.

Çözüm

Önce z kümesini liste yöntemiyle yazalım.

$$z = \{x: 2 < x \leq 5, x \in \mathbb{N}\} \Rightarrow z = \{3, 4, 5\} \text{ olur.}$$

y ve z kümeleri aynı elemanlardan oluştuğu için eşit kümelerdir. Yani $y = z$ 'dir.

Aynı zamanda $x \neq y$ ve $x \neq z$ diyebiliriz.

Örnek 2

- $A = \{1, 2, 4, 3, 5\}$
 $B = \{1, 4, 2, m, n\}$

kümeleri veriliyor.

$A = B$ olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 3

- Alt küme sayısı 256 olan bir kümenin eleman sayısı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 4

-
- I. \emptyset her kümenin alt kümesidir.
 - II. $\{\emptyset\}$ kümesi boş küme değildir.
 - III. $s(A) = 4$ olarak verilen bir A kümesinin özalt küme sayısı 15'tir

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 5

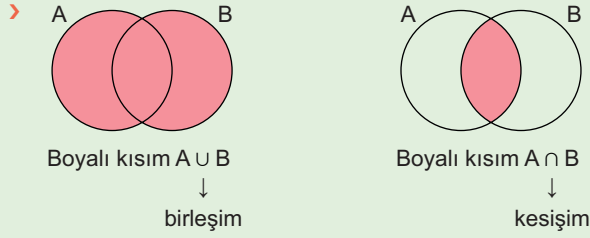
- $A = \{x: 0 \leq x \leq 15, x \text{ çift sayı}\}$
kümesinin alt küme sayısı kaçtır?
Çözme sırası sizde ☺

Örnek 6

- Bir kümenin eleman sayısı 5 ise;
- a) Alt küme sayısı kaçtır?
 - b) Özalt küme sayısı kaçtır?
- Çözme sırası sizde ☺

1.	2.	3.	4.	5.	6.
$y = z$	8	8	I, II ve III	256	a) 32, b) 31

- Kümelerde \cup (birleşim) ve \cap (kesişim) işlemi:



- $s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$ dir.

- Kümelerde Kesişim ve Birleşimin Özellikleri

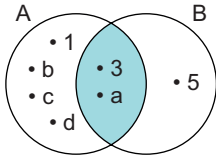
- > $A \cap \emptyset = \emptyset$
- > $A \cup \emptyset = A$
- > $A \cap A = A$
- > $A \cup A = A$
- > $A \cap B = B \cap A$
- > $A \cup B = B \cup A$
- > $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
- > $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
- > $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- > $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Örnek 1

- $A = \{1, 3, a, b, c, d\}$ ve $B = \{3, a, 5\}$ kümeleri için,
 $A \cup B$ ve $A \cap B$

kümelerini yazıp Venn şeması ile gösteriniz.

Çözüm



Hem A hem de B kümesinde olan elemanlar 3 ve a olduğundan kesişim kümesi $A \cap B = \{3, a\}$ olur.

$$A \cup B = \{1, 3, 5, a, b, c, d\}$$

Örnek 2

- $A = \{x: x < 7, x \in \mathbb{N}\}$
 $B = \{x: 1 < x < 9, x \in \mathbb{N}\}$

verilen A ve B kümelerine göre, $s(A \cap B)$ kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 3

- $A = \{1, 3, 6, 8, 12, a, b\}$
 $B = \{6, a, c, d, 12\}$

olduğuna göre $A \cap B$ kümesini bulunuz.

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 4

- $A = \{2, 3, 4, 5\}$ ve $B = \{2, 3, 5, 6\}$

olduğuna göre, $A \cup B$ kümesini;

a) Venn şeması ile gösterimini çiziniz.

b) Liste yöntemi ile gösteriniz.

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 5

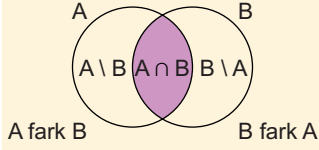
- $s(A) = 7$, $s(B) = 15$ ve $s(A \cap B) = 3$

olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

1.	2.	3.	4.	5.
✓	5	{6, 12, a}	a) $\{4, 2, 3, 5, 6\}$, b) {2, 3, 4, 5, 6}	19

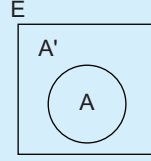
$$s(A \cup B) = s(A \setminus B) + s(B \setminus A) + s(A \cap B)$$



■ Fark kümesinin özellikleri

- $A - A = \emptyset$
- $A - \emptyset = A$
- $A - E = \emptyset$
- $A = B$ ise, $A - B = B - A = \emptyset$
- $A \neq B$ ise, $A - B \neq B - A$
- $A \cap B = \emptyset$ ise, $A - B = A$ ve $B - A = B$

- Üzerinde işlem yaptığımız en geniş kümeye evrensel küme denir. E harfi ile gösterilir.



- \bar{A} ve A' sembolleri ile gösterilir. A'nın tümlenisi (A'nın dışı) anlamına gelir.

■ Tümlenme işleminin özellikleri

- $A \cup A' = E$
- $A \cap A' = \emptyset$
- $(A')' = A$
- $E' = \emptyset$
- $(A \cup B)' = A' \cap B'$ $(A \cap B)' = A' \cup B'$
- $\emptyset' = E$
- $A' = E - A$
- $A \cap B' = A \setminus B$
- $s(A) + s(A') = s(E)$

Örnek 1

- E evrensel küme olmak üzere,

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A = \{2, 4, 6, 9\}$$

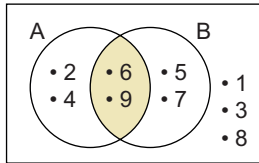
$$B = \{5, 6, 7, 9\}$$

kümeleri için,

- a) $A \setminus B$ b) $E \setminus B$

kümelerini bulunuz.

Çözüm

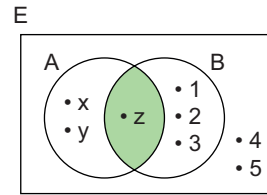


- E a) $A \setminus B$ kümesi A'da olup B kümesinde olmayan elemanlardan yani 2 ve 4'ten oluşur. $A \setminus B = \{2, 4\}$

- b) $E \setminus B$ kümesi, evrensel kümenin B kümesinden farklı olan elemanlarıdır. $E \setminus B = \{1, 2, 3, 4, 8\}$

Örnek 2

-



Venn şemasıyla verilen E, A ve B kümeleri için aşağıdaki ifadelerin kümelerini bulunuz.

- a) A' b) B' c) $(A \cup B)'$ d) $(A \cap B)'$

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 3

- A ve B kümeleri, E evrensel kümesinin alt kümeleridir.

$$s(A) + s(B') = 12$$

$$s(B) + s(A') = 18$$

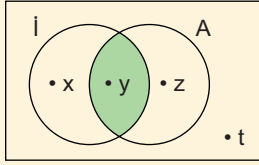
olduğuna göre, $s(E)$ kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

1.	2.	3.
a) {2, 4}, b) {1, 2, 3, 4, 8}	a) {1, 2, 3, 4, 5}, b) {x, y, 4, 5}, c) {4, 5}, d) {x, y, 1, 2, 3, 4, 5}	15

- Küme problemleri çözülrken verilen bilgiler yerine yazılır. İngilizce (İ) ve Almanca (A) bilenler kümesini inceleyelim.
- İngilizce veya Almanca bilenlerin ve bu dilleri bilmeyenlerin bulunduğu bir topluluğu küme şeklinde ifade edelim.

E



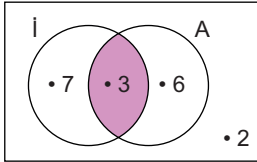
- Burada yalnızca İngilizce bilenler → x kişi
- Yalnızca Almanca bilenler → z kişi
- Hem İngilizce hem de Almanca bilenler → y kişi
- Bu iki dili de bilmeyenler → t kişi

- İngilizce bilenler → $x + y$
- Almanca bilenler → $y + z$
- İngilizce ve Almanca bilenler → y
- İngilizce veya Almanca bilenler → $x + y + z$
- İngilizce bilmeyenler → $z + t$
- Almanca bilmeyenler → $x + t$
- Yalnız bir dil bilenler → $x + z$
- İki dil bilenler → y
- En çok bir dil bilenler → $x + z + t$
- En az bir dil bilenler → $x + y + z$

Örnek 1

- Bir şirkette çalışanlara ait küme veriliyor.

E



Buna göre;

- İngilizce bilmeyenlerin sayısı kaçtır?
- $A \setminus I$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?
- $s(A \cap I)$ kaçtır?
- $s(A \cup I)$ kaçtır?
- $s(E)$ kaçtır?
- En çok bir dil bilen kaç kişidir?

Çözüm

- İngilizce bilmeyenler $6 + 2 = 8$ kişidir.
- $A \setminus I$ kümesinin eleman sayısı 6'dır.
-
-
-
-

Örnek 2

- Sinemaya giden bir grup arkadaştan 10 tanesi sadece mısır, 7 tanesi sadece kola, 5 tanesi hem kola hem mısır almıştır.

Bu gruptaki herkes mısır veya koladan en az birini aldığına göre, grupta kaç kişi vardır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 3

- 23 kişilik bir sınıftaki öğrencilerden 11 tanesi piyano, 18 tanesi gitar kursuna katılmaktadır.

Bu iki kurstan hiçbirine katılmayan öğrenci bulunmadığına göre, hem piyano hem gitar kursuna katılanların sayısı kaçtır?

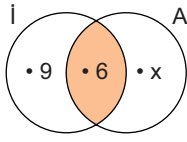
Çözme sırası sizde ☺

1. Bir gruptaki kişiler tatil için İzmir ve Aydın şehirlerinden en az birine gideceklerdir. Bu kişiler arasından,
- 6 kişi İzmir ve Aydın'a
 - 9 kişi sadece İzmir'e gidecektir.

Gruptaki kişi sayısı 30 olduğuna göre sadece Aydın'a gidecek kişi sayısı kaçtır?

A) 10 B) 15 C) 18 D) 20 E) 22

Birlikte Çözelim



$$9 + 6 + x = 30$$

$$15 + x = 30$$

$$x = 15$$

2. A, B ve C dergilerinden en az birini duyanlardan oluşan 38 kişilik bir grupta,
- A veya B dergisini okuyan 25 kişi
 - B veya C dergisini okuyan 29 kişi
 - A veya C dergisini okuyan 27 kişi

olduğuna göre, bu grupta en az iki dergiyi okuyan kaç kişi vardır?

A) 3 B) 5 C) 7 D) 8 E) 10

Çözme Sırası Sizde

3. 40 kişilik bir sınıfta erkeklerin 7 tanesi, kızların ise 12 tanesi gözlüklüdür.

Sınıftaki gözlüksüz erkek öğrenci sayısı 15 olduğuna göre, gözlüksüz kız sayısı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 13

Çözme Sırası Sizde

4. Çorba, mantı ve salatanın olduğu bir yemek menüsünden 53 kişilik bir grupta herkes çorba alacaktır. Bu grupta mantı alan 19, salata alan 23 kişi vardır.

9 kişi sadece çorba aldığına göre, bu üç yemeği de alan kaç kişi vardır?

A) 2 B) 4 C) 5 D) 8 E) 11

Çözme Sırası Sizde

5. Bir grup öğrenci Türkçe ve matematik testlerinden oluşan bir sınava girmiştir. Sınava giren öğrencilerin % 60'ı Türkçe testinde, % 25'i matematik testinde, % 5'i her iki testte de başarılı olmuştur.

Buna göre, sınava giren öğrencilerin yüzde kaç her iki testte de başarısız olmuştur?

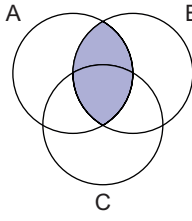
A) 7 B) 9 C) 12 D) 13 E) 15

Çözme Sırası Sizde

1. 2. 3. 4. 5.

B B C A E

1.



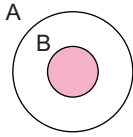
Şemada A, B, ve C kümeleri veriliyor. Buna göre boyalı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

- A) $A \cap B$ B) $A \cap C$ C) $A \cup B$
D) $A \cup C$ E) $A \cap B \cap C$

————— Birlikte Çözelim —————

Boyalı bölge A, B ve C kümelerinin kesiştiği bölgedir. Dolayısıyla $A \cap B \cap C$ ile gösterilir.

2.

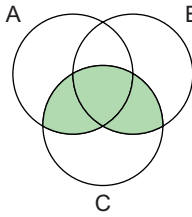


Şemada A ve B kümeleri veriliyor. Buna göre boyalı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

- A) B' B) $A \cap B$ C) $A \setminus B$ D) $B \setminus A$ E) $A \cup B$

————— Çözme Sırası Sizde —————

3.

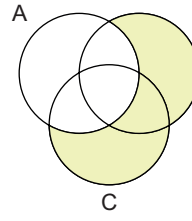


Şemada A, B, ve C kümeleri veriliyor. Buna göre boyalı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

- A) $(A \cap C) \cup (B \cap C)$ B) $(A \cup C) \setminus (B \cup C)$
C) $(A \setminus C) \cup (B \setminus C)$ D) $(B \cap C) \setminus (A \cap C)$
E) $(A \cap B) \cup (B \cap C)$

————— Çözme Sırası Sizde —————

4.

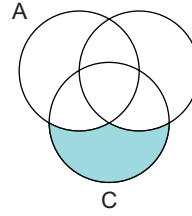


Şemada A, B, ve C kümeleri veriliyor. Buna göre boyalı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

- A) $(B \cup C) \cap A$ B) $A \setminus (B \cup C)$
C) $(B \cup C) \setminus A$ D) $(B \cap C) \setminus A$
E) $(B \cup C) \cap A$

————— Çözme Sırası Sizde —————

5.

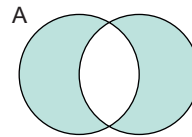


Şemada A, B, ve C kümeleri veriliyor. Buna göre boyalı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

- A) $A \setminus B$ B) $A \setminus C$ C) $B \setminus C$
D) $B \setminus (A \cup C)$ E) $C \setminus (A \cup B)$

————— Çözme Sırası Sizde —————

6.



Şemada A ve B kümeleri veriliyor. Buna göre boyalı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

- A) $A \cup B$ B) $A \cap B$ C) $A \setminus B$
D) $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ E) $(A \cap B) \cup (B \setminus A)$


————— Çözme Sırası Sizde —————

1. "ANKARA" kelimesinin harflerinden oluşan kümenin liste biçimindeki gösterilişi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {A, N, K, A, R, A}
 B) {A, N, K}
 C) {A, N, K, R}
 D) {K, A, R}
 E) {A, N, R}


2. Matematik Öğretmeni Gökhan Bey, derste kümenin tanımını yaptıktan sonra üç öğrencisinden birer tane küme örneği veremelerini istemiştir.

Kayseri'deki ilçeler




Ali

-5'ten küçük doğal sayılar



Betül

Mahalleimde oturan en zeki çocuklar



Cem

Buna göre, hangi öğrencilerin verdiği örnek yanlıştır?


- A) Yalnız Cem
 B) Yalnız Betül
 C) Yalnız Ali
 D) Betül ve Cem
 E) Ali ve Cem

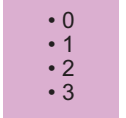
3. Aşağıdakilerden hangisi boş küme değildir?

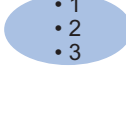
- A) $x = \{ \}$
 B) $K = \{x: 2x - 1 = 0, x \text{ tam sayı} \}$
 C) $L = \{x: x^2 + 1 = 0, x \text{ tam sayı} \}$
 D) $A = \{ \emptyset \}$
 E) $B = \{x: x <, x \text{ doğal sayı} \}$


4. $A = \{x: x - 3 < 2, x \text{ doğal sayı} \}$


kümesinin Venn şeması ile gösterilişi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

5. $A = \{E, S, İ, N\}$

$$B = \{ESİN\}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\mathbb{Z} \in B$
 B) $s(B) = 1$
 C) $s(A) = 4$
 D) $A \not\subseteq B$
 E) $A = B$

6. $x = \{ \emptyset, 1, 4, \{a, 1\} \}$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $s(x) = 5$
 B) $\emptyset \in x$
 C) $\{ \} \in x$
 D) $\{a\} \in x$
 E) $\{a, 1\} \subseteq x$

7. Alt küme sayısı ile kendisi hariç alt kümelerinin sayısının toplamı 31 olan kümenin eleman sayısı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. A ve B kümelerinin alt kümelerini sayıları toplamı 18 olduğuna göre, A kümesi ile B kümesinin eleman sayılarının toplamı kaçtır?

A) 2 B) 5 C) 7 D) 8 E) 10

9. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde 3 eleman olarak bulunmaz?

A) 128 B) 64 C) 32 D) 16 E) 8

10. $M = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde c elemanı bulunmaz?

A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

11. $A = \{1, 2, 3\}$
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 $A - B = \{1, 2\}$

olduğuna göre, B kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{2, 3, 4\}$ B) $\{1, 2, 4\}$ C) $\{3, 4, 5\}$
D) $\{1, 2\}$ E) $\{5\}$

12. $s(A) = 5$
 $s(B) = 8$

olduğuna göre, $s(A \cup B)$ 'nin alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

13. 36 kişi lik bir sınıftaki öğrencilerden 14 tanesi yüzme, 20 tanesi basketbol kursuna gitmektedir.

Bu sınıfta bu iki kurstan hiçbirine gitmeyen öğrenci olmadığına göre, hem yüzme hem de basketbol kursuna giden öğrenci sayısı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

14. 35 kişilik bir sporcu kafesinde 19 kişi futbol, 12 kişi basketbol 5 kişi futbol ve basketbol oynamaktadır.

Buna göre, bu kafilde bu oyunlardan ikisini de oynamayan kaç kişi vardır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

1. "ANKARA" kelimesindeki her bir harf bir kere alınır.
O halde, $\{A, N, K, R\}$ cevabımız olur.

(Cevap C)

2. Küme: İyi tanımlanmış nesnelere topluluğuna "küme" denir.
Ali ve Betül'ün örnekleri küme belirtir. Cem'in cevabı ise kişiden kişiye göre değişeceğinden küme belirtmez.

(Cevap A)

3. $A = \{\emptyset\} \rightarrow$ Boş küme belirtmez. Bir elemanlı ve elemanı boş küme olan bir kümedir.

(Cevap D)

4. $x - 3 < 2 \Rightarrow x < 5$ olur.
 $x < 5$ eşitsizliğini sağlayan doğal sayılar 0, 1, 2, 3, 4 sayılarıdır. Bu sayıların bulunduğu küme de E seçeneğindedir.

(Cevap E)

5. $A = \{E, S, İ, N\}$
 $B = \{ESİN\}$
 $A \neq B$ yani bu kümeler birbirine eşit değildir. O halde E seçeneği yanlıştır.

(Cevap E)

6. $x = \{\emptyset, 1, 4, \{a, 1\}\}$
A) $\emptyset, 1, 4, \{a, 1\}$ olmak üzere, 4 adet eleman mevcuttur.
B) $\emptyset \in x$ yani boş x kümesinin elemanıdır.
C) $\{\} \in x$ yani boş küme x kümesinin elemanıdır.
D) $\{a\} \in x$ yani $\{a\}$ kümesi x kümesinin elemanı değildir.
E) $\{a, 1\} \subseteq x$ yani $\{a, 1\}$ kümesi x kümesinin alt kümesidir.

(Cevap A)

7. $2^n + 2^n - 1 = 31$
 $2 \cdot 2^n = 32$
 $2^{n+1} = 2^5$
 $n+1 = 5 \Rightarrow n = 4$

(Cevap D)

8. $2^a + 2^b = 18$
 $a = 4$ ve $b = 1$ alınırsa,
 $2^4 + 2^1 = 18$
 O halde, $4 + 1 = 5$ olur.

(Cevap B)

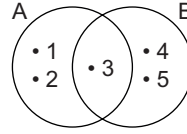
9. $A = \{1, 2, \cancel{3}, 4, 5, 6\}$
 3 'ü kümeden atıyoruz. O halde, $2^5 = 32$ olur.

(Cevap C)

10. $M = \{a, b, \cancel{c}, d, e, f, g\}$
 $2^6 = 64$

(Cevap E)

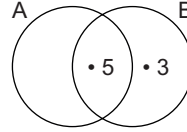
11.



$$B = \{3, 4, 5\}$$

(Cevap C)

12.

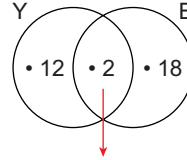


Kesişimi en büyük değer olarak almalıyız.

$$s(A \cup B) = 5 + 3 = 8$$

(Cevap C)

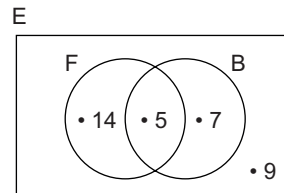
13.



Hem yüzme hem de basketbol kursuna giden 2 kişi

(Cevap A)

14.



$$s(F \cup B) = 14 + 5 + 7 = 26$$

$$35 - 26 = 9 \text{ kişi}$$

(Cevap E)

■ PERMÜTASYON

Sayma Kuralları ✓

- **Toplama Yoluyla Sayma:** İki işten biri m farklı yolla, diğeri n farklı yolla yapılabilirse bu iki işten biri "veya" diğeri m + n farklı yolla yapılır.

Örnek olarak:

- 2 farklı pantolon ve 3 farklı gömlek arasından 1 pantolon "veya" 1 gömlek kaç farklı şekilde seçilebilir?
3 + 2 = 5 farklı şekilde seçilebilir.

- **Çarpma Yoluyla Sayma:** İki işten birincisi m farklı yolla, ikincisi n farklı yolla yapılabilirse bu iki işten birincisi "ve" ikincisi m • n farklı yolla yapılır.

Örnek olarak:

- 2 farklı pantolon "ve" 2 farklı gömlek arasından 1 pantolon "ve" 1 gömlek kaç farklı şekilde seçilir?
2 • 3 = 6 farklı şekilde seçilebilir.

Örnek 1

- Aşağıda bir pizzacıya ait yiyecek ve içecek kataloğu gösterilmiştir.

Menü	
Pizzalar	
Karışık Pizza	80₺
Sucuklu Pizza	90₺
Mantarlı Pizza	100₺
İçecekler	
Çay	20₺
Kola	30₺
Soda	15₺
Pizza	10₺

- a) Bu pizzacıdan bir pizza "veya" bir içecek kaç farklı biçimde sipariş verilebilir?
- b) Bu pizzacıdan bir pizza "ve" bir içecek kaç farklı biçimde sipariş verilebilir?

Çözüm

- a) Pizza çeşidi: 3
İçecek çeşidi: 4
3 + 4 = 7 farklı sipariş
- b) 3 • 4 = 12 farklı sipariş

Örnek 2

- Alparslan'ın 5 farklı pantolonu, 2 farklı gömleği ve 3 farklı montu vardır.

Alparslan 1 pantolon, 1 gömlek ve 1 montu kaç farklı şekilde giyebilir?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 3

- Bir torbada birbirinden farklı 7 sarı, 9 mavi ve 2 kırmızı boncuk vardır.

Buna göre, bu torbadan bir boncuk kaç farklı şekilde alınabilir?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 4

- 3 kişinin katıldığı bir sınav başarı yönünden kaç farklı şekilde sonuçlanabilir?

Çözme sırası sizde ☺

1.	2.	3.	4.
a) 7	30	18	8
b) 12			

■ PERMÜTASYON

Sayma Kuralları ✓

Örnek 1

- 8 sorunun sorulduğu bir sınavda 5 seçenekli cevap anahtarı oluşturulacaktır.

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○

Buna göre bu sınavın cevap anahtarı kaç farklı şekilde oluşturulabilir?

Çözüm

1. soru için 5 farklı seçenek var.
2. soru için 5 farklı seçenek var.
- ⋮
8. soru için 5 farklı seçenek var.

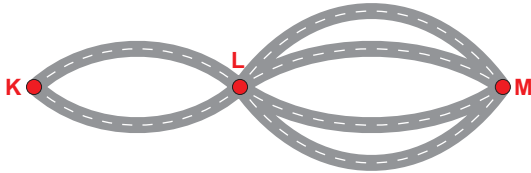
Buna göre 8 sorudan her biri için 5 farklı seçeneğimiz var.

O halde cevap anahtarı

$$\underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 5}_{8 \text{ tane}} = 5^8 \text{ farklı şekilde oluşturulur.}$$

Örnek 2

- K kentinden L kentine 2 farklı, L kentinden M kentine 4 farklı yoldan gidilebilmektedir.



Buna göre, K kentinden M kentine kaç farklı şekilde gidilebilir?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 3

- Mustafa'nın evinden okuluna metro, dolmuş ve otobüs hattı vardır.

Buna göre Mustafa bu yöntemleri kullanarak evinden okuluna kaç farklı şekilde gidebilir?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 4

- Mehmet çalışma masasını boyamak istiyor. Elinde 4 farklı boya olan Mehmet boyaları karıştırmadan masayı kaç farklı şekilde boyayabilir?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 5

- Serdar 5 farklı futbol topu ve 7 farklı basketbol topu arasından 1 futbol topu ve 1 basketbol topunu kaç farklı şekilde satın alabilir?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 6

- Zeynep 10 farklı küpe ve 20 farklı kolye arasından 1 küpe veya 1 kolyeyi kaç farklı şekilde takabilir?

Çözme sırası sizde ☺

1.	2.	3.	4.	5.	6.
5^8	8	3	4	35	30

- Bu tip sorularda verilen bir kümenin elemanları ile oluşturulabilecek n basamaklı kaç tane sayı olduğu sorulur.

Örnek olarak:

- "A = {1, 2, 3} kümesinin elemanları ile kaç farklı 2 basamaklı sayı yazılır?" sorusunun çözümünü inceleyelim.

$$\begin{array}{cc} \boxed{3} & \boxed{3} \\ \downarrow & \downarrow \\ 1, 2, 3 & 1, 2, 3 \\ \text{gelebilir} & \text{gelebilir} \end{array} \rightarrow 3 \cdot 3 = 9 \text{ farklı sayı yazılır.}$$

- A kümesinin elemanları ile rakamları farklı kaç farklı iki basamaklı sayı yazılır bakalım.

$$\begin{array}{cc} \boxed{3} & \boxed{2} \\ \downarrow & \downarrow \\ 1, 2, 3 & \text{Bu basamağa iki sayı kalır çünkü} \\ & \text{sayılarından üç sayıdan birini diğer basamakta} \\ & \text{üçü gelebilir. kullandık.} \end{array}$$

- A = {0, 1, 2} kümesinin elemanları kullanılarak;

a) İki basamaklı kaç farklı sayı yazılır bakalım.

$$\boxed{2} \boxed{3} \rightarrow 2 \cdot 3 = 6 \text{ farklı sayı yazılır.}$$

b) Rakamları farklı iki basamaklı kaç sayı yazılır bakalım.

$$\boxed{2} \boxed{2} \rightarrow 2 \cdot 2 = 4 \text{ farklı sayı yazılır.}$$

c) İki basamaklı kaç farklı çift sayı yazılır bakalım. Burada iki durum vardır. Birler basamağının "0" olması ayrı, "2" olması ayrı incelenir. Çünkü "0" sayısı onlar basamağına gelemez.

$$\begin{array}{cc} \boxed{2} & \boxed{1} \\ & \downarrow \\ & \{0\} \\ \boxed{1} & \boxed{1} \\ & \downarrow \\ & \{2\} \end{array} \rightarrow 2 \cdot 1 = 2$$

$$\boxed{1} \boxed{1} \rightarrow 1 \cdot 1 = 1$$

olacak şekilde $2 + 1 = 3$ farklı sayı yazılır.

Örnek 1

- A = {2, 3, 4, 5, 6} kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

Çözüm

$$\underline{5} \cdot \underline{5} \cdot \underline{5} = 5^3 = 125$$

Soruda rakamları farklı dememiş, o halde rakamlar tekrar kullanılabilir.

Örnek 2

- A = {1, 2, 3, 4, 5, 6} kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı kaç farklı çift doğal sayı yazılabilir?
Çözme sırası sizde ☺

Örnek 3

- M = {3, 4, 5, 6, 7} kümesinin elemanları kullanılarak rakamları farklı üç basamaklı kaç farklı tek doğal sayı yazılabilir?
Çözme sırası sizde ☺

Örnek 4

- A = {1, 2, 3, 4, 5, 6} kümesinin elemanları kullanılarak rakamları farklı 400'den büyük üç basamaklı kaç farklı doğal sayı yazılabilir?
Çözme sırası sizde ☺

1.	2.	3.	4.
125	108	36	60

■ PERMÜTASYON

n'nin r'li Permutasyonu ✓

Birbirinden farklı n tane elemanın bir sıra üzerine r'li sıralanışına "n'nin r'li permutasyonu" denir. $n \geq r$ olmak üzere;

$$\triangleright P(n, r) = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!} \text{ dır.} \quad \triangleright P(5, 2) = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = 20 \text{ olur.}$$

■ Permutasyonda elemanların diziliş sırası önemlidir.

$$\triangleright P(n, 0) = 1 \quad \triangleright P(5, 0) = 1$$

$$\triangleright P(n, 1) = n \quad \triangleright P(5, 1) = 5$$

$$\triangleright P(n, n) = n! \quad \triangleright P(5, 5) = 5!$$

■ n tane farklı nesne düz bir sıraya n! şeklinde sıralanır.

■ n tane nesne yuvarlak masa etrafında (n - 1)! şeklinde sıralanır.

■ $n \geq 3$ olmak üzere, n farklı anahtar bir halkaya (yuvarlak ve maskotsuz bir anahtarlığa) $\frac{(n-1)!}{2}$ farklı şekilde takılabilir.

■ P(n, r) permutasyonlarının sayısı bulunurken n'den geriye doğru r tane ardışık sayı çarpılır.

$$\triangleright P(5, 2) = \underbrace{5 \cdot 4}_{2 \text{ tane}} = 20$$

Örnek 1

- $P(6, 3)$ ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm

$$P(6, 3) = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!} = 120$$

$$\text{II. yol: } P(6, 3) = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

Örnek 2

- 5 elemanlı bir kümenin 2 elemanlı permutasyonlarının sayısı kaçtır?
Çözme sırası sizde ☹

Örnek 3

- Aşağıdaki tabloda verilen permutasyonların sonuçlarına göre doğru-yanlış seçeneklerinden birisini işaretleyiniz.

		Doğru	Yanlış
I.	$P(80, 0) = 1$		
II.	$P(10, 10) = 10!$		
III.	$P(30, 1) = 30$		

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 4

- $P(5, 0) + P(3, 3) - P(7, 1)$ işleminin sonucu kaçtır?
Çözme sırası sizde ☹

Örnek 5

- Birbirinden farklı 5 dergi bir rafa yan yana kaç farklı şekilde sıralanabilir?
Çözme sırası sizde ☹

Örnek 6

- Dede, nine ve dört torundan oluşan bir aile yan yana sıralanarak fotoğraf çektireceklerdir.
Buna göre, kaç farklı şekilde fotoğraf çektirebilirler?
Çözme sırası sizde ☹

Örnek 7

- Aralarında Erva ve Ebru'nun da bulunduğu 5 kişi yan yana sıralanmış 5 sandalyeye, Erva ile Ebru yan yana olmak şartıyla kaç farklı şekilde oturabilirler?
Çözme sırası sizde ☹

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
120	20	I → D, II → D, III → D	0	120	720	48

1. Aşağıda 6 farklı tablonun yerleştirilmesi için oluşturulan çerçeveler verilmiştir.



Buna göre, tablolar çerçevelere kaç farklı şekilde yerleştirilebilir?

- A) 24 B) 80 C) 120 D) 500 E) 720

_____ Birlikte Çözelim _____

$$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6! = 720$$

2. 4 farklı Türkçe ve 3 farklı coğrafya kitabı bir rafa, Türkçe kitaplarının tamamı yan yana olmak şartıyla yan yana kaç farklı şekilde sıralanabilir?

- A) 4! B) 4! · 4! C) 5! D) 5! · 2 E) 6!

_____ Çözme Sırası Sizde _____

3. 4 evli çift eşler yan yana olmak şartıyla bir banka kaç farklı şekilde sıralanabilir?

- A) 150 B) 200 C) 285 D) 320 E) 384

_____ Çözme Sırası Sizde _____

4. Aşağıdaki görsel sandalye kapmaca oyunu oynayan Aykut ve beş arkadaşı ile beş adet sandalye verilmiştir.



Pınar Azra Aykut Buse Esin Mehmet

Buna göre, bu beş sandalyeye Aykut ve Azra'nın yan yana oturması şartıyla kaç farklı şekilde oturabilirler?

- A) 80 B) 125 C) 150 D) 192 E) 200

_____ Çözme Sırası Sizde _____

5. Aralarında Bilge ve Ahsen'in de bulunduğu altı kişi, altı kişilik bir koltuğa oturacaklardır.

Bilge, Ahsen'in sağında olmak şartıyla kaç farklı şekilde oturabilirler?

- A) 250 B) 280 C) 300 D) 360 E) 380

_____ Çözme Sırası Sizde _____

1.	2.	3.	4.	5.
E	B	E	D	D

- n tane elemanın içinde özdeş a, özdeş b, özdeş c ve özdeş k tane eleman varsa bu elemanların dizilişine "tekrarlı permütasyon" denir.
- a, b, c, ..., k → n tane olmak üzere:
birinci türden a tane, ikinci türden b tane k'inci türden k tane özdeş nesnenin bir sıra üzerindeki permütasyonlarının sayısı,
 $\frac{n!}{a! \cdot b! \cdot c! \cdot k!}$ dir.
- 1122 sayısının rakamları kullanılarak yazılabilecek kaç farklı sayı olduğuna bakalım.
> $\frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2} = 6$ olur.

Örnek 1

■ B A B A

Kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek 4 harfli anlamlı ya da anlamsız kaç farklı kelime yazılabilir?

Çözüm

B, B, A, A

$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{24}{4} = 6$$

Örnek 2

■ S A L A T A

Kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek 6 harfli anlamlı ya da anlamsız kaç farklı kelime yazılabilir?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 3

■ 3 5 5 7

Sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek 4 basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 4

- Birbirinin aynısı olan 6 pilot kalem ile birbirlerinden farklı 2 kurşun kalem yan yana kaç farklı şekilde sıralanabilir?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 5

■ 1 8 7 4 4 4

Sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek altı basamaklı kaç farklı çift sayı yazılabilir?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 6

■ B A N D A N A

Kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek yazılabilecek yedi harfli anlamlı ya da anlamsız kelimelerin kaç tanesi "B" harfi ile başlayıp "A" harfi ile biter?

Çözme sırası sizde ☺

1.	2.	3.	4.	5.	6.
6	120	12	56	80	30

1.
$$\frac{P(4,3) + P(7,2)}{P(2,1) + P(6,0)}$$
 işleminin sonucu kaçtır?
A) 10 B) 15 C) 22 D) 30 E) 36

2. $4 \cdot P(n,2) = P(n,3)$ olduğuna göre, n kaçtır?
A) 6 B) 10 C) 12 D) 16 E) 20

3. Pınar'ın da aralarında bulunduğu 6 arkadaş yan yana dizilerek resim çektirecektir.
Pınar, sol ya da sağ başta olacağına göre 6 kişi kaç farklı biçimde çekim için dizilebilir?
A) 120 B) 160 C) 200 D) 240 E) 300

4. "PATRON" sözcüğündeki harfler kullanılarak farklı sözcükler oluşturulacaktır.
Farklı harflerden oluşan ve P ile başlayan anlamlı ya da anlamsız 4 harfli kaç sözcük oluşturulabilir?
A) 42 B) 60 C) 72 D) 78 E) 80

5. "SARI" sözcüğündeki harflerin yerleri değiştirilerek anlamlı ya da anlamsız sözcükler türetiliyor.
Buna göre, türetilen bu sözcüklerin en çok kaç tanesinde A harfi R harfinin sol tarafında yer alır?
A) 2 B) 4 C) 6 D) 12 E) 24

6. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesindeki rakamlarla 6 basamaklı rakamları farklı doğal sayılar yazılıyor.
Buna göre, bu sayıların en çok kaç tanesinde 3'ten hemen sonra 4 gelir?
A) 5 B) 15 C) 30 D) 60 E) 120

■ PERMÜTASYON

Tempo Testi - 1 ✓

7. Birbirlerinden farklı 4 matematik, 3 İngilizce, 2 fen bilimi kitabı bir rafa dizilecektir.



Buna göre, aynı branş kitapları bir arada olmak şartıyla tüm kitaplar şekildeki gibi kaç farklı biçimde dizilebilir?

- A) 5!
B) $3! \cdot 2!$
C) $2! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 4!$
D) $3! \cdot 5! \cdot 4!$
E) $4! \cdot 5! \cdot 2!$
8. 4 evli çift eşler yan yana olmak koşuluyla bir sıra boyunca kaç farklı şekilde oturabilir?
- A) 170 B) 200 C) 285 D) 384 E) 392

9. 344555 sayısındaki rakamların yerleri değiştirilerek kaç farklı tek sayı yazılabilir?
- A) 15 B) 20 C) 30 D) 40 E) 60

10. 407711 sayısındaki rakamların yerleri değiştirilerek 6 basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?
- A) 80 B) 100 C) 150 D) 170 E) 190

11. Şekildeki balonlar alttan üste doğru sırayla patlatılacaktır.



Buna göre, patlatmak sırası kaç farklı biçimde belirlenebilir?

- A) 150 B) 180 C) 210 D) 300 E) 310

12. "KARANLIK" sözcüğündeki harfların yerleri değiştirilerek anlamlı ya da anlamsız tüm sözcükler elde ediliyor.

Buna göre, elde edilen sözcüklerin kaçında A, R, A harfleri verildiği sırada yan yana bulunur?

- A) 180 B) 260 C) 280 D) 320 E) 360

$$\begin{aligned}
 1. \quad \frac{P(4,3) + P(7,2)}{P(2,1) + P(6,0)} &= \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 + 7 \cdot 6}{2 + 1} \\
 &= \frac{24 + 42}{3} \\
 &= \frac{66}{3} = 22
 \end{aligned}$$

(Cevap C)

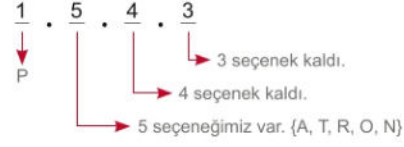
$$\begin{aligned}
 2. \quad 4 \cdot P(n,2) &= P(n,3) \\
 4 \cdot n \cdot (n-1) &= n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \\
 4 &= n-2 \\
 n &= 6
 \end{aligned}$$

(Cevap A)

$$\begin{aligned}
 3. \quad \text{Pınar, } \underbrace{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5}_{P(5,5)} \text{ veya } \underbrace{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5}_{P(5,5)}, \text{ Pınar} \\
 2 \cdot P(5,5) &= 2 \cdot 5! = 2 \cdot 120 \\
 &= 240
 \end{aligned}$$

(Cevap D)

4. P harfini ilk harfe yerleştirelim, geriye kalan 5 harfi de şu şekilde düşünelim:



$$1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 \text{ sözcük oluşturabiliriz.}$$

(Cevap B)

5. "SARI" kelimesinde 4 harf vardır.

Buna göre,

$$\frac{4!}{2} = 12$$

Tüm sıralamaların yarısında sağında, yarısında solunda yer alır.

(Cevap D)

6. 3 ve 4'ü tek bir sayı gibi düşünmeliyiz. Bu durumda toplam 5 sayı olur.

$$\begin{aligned}
 1, 2, \underline{3, 4}, 5, 6 \\
 5! = 120
 \end{aligned}$$

(Cevap E)

■ PERMÜTASYON

Çözüm - 1 ✓

7. $4! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 3!$

↓

Branşlar kendi arasında yer değiştirir.

(Cevap C)

8. $2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot P(4 \cdot 4) = 2^4 \cdot 4!$
 $= 16 \cdot 24$
 $= 384$

(Cevap D)

9. 3 veya 5

$$\frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{2! \cdot 2! \cdot 1!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 2!} + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2^2}{2 \cdot 2 \cdot 1}$$
$$= 10 + 30$$
$$= 40$$

(Cevap D)

10. $\frac{2}{2! \cdot 2!} - \frac{0}{2! \cdot 2!} + \frac{7}{2! \cdot 2!} - \frac{7}{2! \cdot 2!} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{720 - 120}{4} = 150$

(Cevap C)

11. Tekrarlı Permütasyon sorusudur.

○○ ○○○ ○○
7 nesne

$$\frac{7!}{2! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{2! \cdot 3! \cdot 2!} = 210$$

(Cevap C)

12. Bu soru tekrarlı permütasyon ile çözülür çünkü iki tane A harfi vardır. A, R, A harfleri bu sırada ve yan yana ise A, R, A bir tek harf gibi düşünülür.

ARA, K, N, L, I, K

$$\frac{6!}{2!} = \frac{720}{2} = 360$$

(Cevap E)

■ PERMÜTASYON

Tempo Testi - 2 ✓

1. Anne, baba ve 3 çocuk yuvarlak bir masa etrafında anne ve baba yan yana olmamak şartı ile kaç farklı şekilde oturabilirler?
A) 12 B) 18 C) 20 D) 24 E) 32
2. $P = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinin elemanları kullanılarak rakamları farklı dört basamaklı kaç farklı çift sayı yazılabilir?
A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 18
3. 6 farklı anahtar maskotsuz yuvarlak bir anahtarlığa kaç farklı biçimde takılabilir?
A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60
4. Akşam yemeği için arkadaşına davetli olan Gülşah arkadaşına giderken pasta ve çiçek almak istiyor. Gülşah 5 farklı pasta ve 6 farklı çiçekten 1 pasta ve 1 çiçeği kaç farklı şekilde seçebilir?
A) 9 B) 12 C) 16 D) 20 E) 30
5. Matematik ve fizik derslerinden başarılı olamayan Adem, bu iki dersten özel ders ama istemektedir. 4 matematik ve 5 fizik öğretmeninden bir matematik ve bir fen bilgisi öğretmenini kaç farklı şekilde tercih edebilir?
A) 20 B) 18 C) 16 D) 12 E) 10
6. 2 kız ve 2 anne arasından kızlar yan yana oturmak koşulu ile yuvarlak bir masa etrafında kaç farklı şekilde oturabilirler?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

■ PERMÜTASYON

Tempo Testi - 2 ✓

7. 30 Ağustos Zafer Bayramı kutlamaları için 8 kız ve 4 erkek öğrenci arasından dans etmeleri için bir çift seçilecektir.

Buna göre 8 kız ve 4 erkek öğrenci arasından bir erkek ve bir kız öğrenci kaç farklı şekilde seçilebilir?

- A) 32 B) 28 C) 20 D) 12 E) 8

8. $B = \{4, 5, 6, 7\}$ kümesinin elemanları kullanılarak rakamları farklı 500'den küçük üç basamaklı kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

- A) 64 B) 32 C) 16 D) 12 E) 6

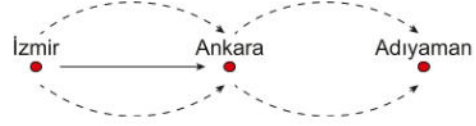
9. Rakamları toplamı 7 olan, rakamları farklı iki basamaklı kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

10. $A = \{0, 1, 2, 3\}$ kümesinin elemanları kullanılarak rakamları farklı 2 basamaklı kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

- A) 27 B) 18 C) 12 D) 9 E) 6

11. Aşağıdaki şekil İzmir, Ankara ve Adıyaman şehirleri arasındaki yolları göstermektedir.



Buna göre, İzmir'den Adıyaman'a gitmek isteyen bir kişi Ankara'ya uğramak koşulu ile kaç farklı şekilde Adıyaman'a gidebilir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

12. Ayşegül 5 tepsiyi boyamak istiyor.

Elindeki 6 renk boyayla bu tepsilerin her birini farklı renkte olacak biçimde boyamak isteyen Ayşegül, bu boyamayı kaç farklı şekilde yapabilir?

- A) 720 B) 120 C) 100 D) 24 E) 6

13. Ada, 14. yaş günü için arkadaşları ile birlikte doğum günü partisi düzenleyecektir.

Buna göre, Ada parti için 7 farklı pasta ve 2 farklı içecekten bir pasta ve bir içeceği kaç farklı şekilde seçebilir?

- A) 9 B) 12 C) 14 D) 18 E) 21

■ PERMÜTASYON

Çözüm - 2 ✓

1. Anne, baba ve 3 çocuktan oluşan toplam 5 kişi yuvarlak masa etrafında $(5 - 1)! = 4! = 24$ değişik şekilde oturabilirler.

Anne ve baba yan yana A: Anne, B: Baba, Ç₁: 1. çocuk, Ç₂: 2. Çocuk, Ç₃: 3. çocuk olmak üzere,

$$\begin{aligned} & AB, Ç_1, Ç_2, Ç_3 \\ & BA, Ç_1, Ç_2, Ç_3 \\ & (4 - 1)! \cdot 2 = 3 \cdot 2 = 6 \end{aligned}$$

değişik şekilde oturabilir.

Anne ve babanın yan yana oturmama durumu için 5 kişinin tüm oturma durumundan anne ve babanın yan yana oturma durumu çıkarılır ve $24 - 6 = 18$ bulunur.

(Cevap B)

2. $\frac{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2}{\{2,4\}} = 12$

12 farklı çift sayı yazılabilir.

(Cevap C)

3. n farklı anahtar maskotsuz bir anahtarlığa $\frac{(n-1)!}{2}$ şekilde yerleştirilir.

Bu durumda 6 farklı anahtar

$$\frac{(6-1)!}{2} = \frac{5!}{2} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2} = 60 \text{ farklı şekilde yerleştirilir.}$$

(Cevap E)

4. 5 farklı pastadan ve 6 farklı çiçekten 1 pasta ve 1 çiçeği;

$$\underline{5} \cdot \underline{6} = 30 \text{ farklı şekilde seçebilir.}$$

(Cevap E)

5. 4 matematik, 5 fizik öğretmeni arasından 1 matematik ve 1 fizik öğretmeni seçimi;

$$\underline{4} \cdot \underline{5} = 20 \text{ farklı şekilde yapılabilir.}$$

(Cevap A)

6. Kızlar K₁, ve K₂, anneler A₁ ve A₂ olmak üzere, kızlar yan yana $\boxed{K_1, K_2}$ ve $\boxed{K_2, K_1}$ biçiminde oturabilirler.

1. durum;

K₁K₂ şeklinde otururlarsa → solunda A₁ ve sağında A₂

→ solunda A₂ ve sağında A₁

olmak üzere 2 farklı şekilde otururlar

2. durum;

K₂K₁ şeklinde otururlarsa → solunda A₁ ve sağında A₂

→ solunda A₂ ve sağında A₁

olmak üzere 2 farklı şekilde otururlar.

Sonuç olarak 2 + 2 = 4 farklı şekilde otururlar.

(Cevap D)

■ PERMÜTASYON

Çözüm - 2 ✓

7. 8 kız ve 4 erkek öğrenci arasından 1 kız ve 1 erkek öğrenci $\underline{8} \cdot \underline{4} = 32$ farklı şekilde seçilebilir.

(Cevap A)

8. Yüzler basamağına yalnızca 4 gelir.

$$\frac{1 \cdot \underline{3} \cdot \underline{2}}{\{4\}} = 1 \cdot 3 \cdot 2 = 6 \text{ farklı doğal sayı yazılabilir.}$$

(Cevap E)

9. İki basamaklı sayının rakamları şu şekilde olur: (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1), (7, 0)

Rakamları toplamı 7 olan 6 tane doğal sayı yazılabilir.

(Cevap E)

10. İki basamağı çizgilerle gösterelim.

$$\begin{array}{c} \underline{3} \cdot \underline{3} = 9 \\ \downarrow \quad \downarrow \end{array}$$

0 haricindeki rakamlar gelebilir. onlar basamağında kullanılan rakam dışındakiler kullanılabilir.

İki basamaklı, rakamları farklı 9 doğal sayı yazılabilir.

(Cevap D)

11. İzmir'den Adıyaman'a, Ankara'ya uğramak koşuluyla;

$$3 \cdot 2 = 6 \text{ farklı şekilde gider.}$$

(Cevap B)

12. Tepsileri çizgi ile gösterelim.

— — — — —

Her bir tepsi farklı renk olacağına göre ilk tepsi için 6 renkten birini seçebiliriz sonrasında diğer 4 tepsiyi azaltarak ihtimalleri çarpabiliriz.

$$\underline{6} \cdot \underline{5} \cdot \underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} = 720 \text{ bulunur.}$$

(Cevap A)

13. Ada, 7 pasta ve 2 içecekten 1 pasta ve 1 içeceği

$$7 \cdot 2 = 14 \text{ farklı şekilde seçebilir.}$$

(Cevap C)

- $n \geq r$ olmak üzere n tane nesne arasından r tanesinin seçilmesi durumuna **kombinasyon** denir. Bu kombinasyonların sayısı n 'nin r 'li kombinasyonudur ve şu şekilde hesaplanır.

$$\triangleright C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

$$\triangleright C(3, 2) = \binom{3}{2} = \frac{3!}{(3-2)! \cdot 2!} = 3 \text{ olur.}$$

- Kombinasyonda **seçme**, permütasyonda seçtikten sonra **sıralama** vardır.

Örnek 1

- 8 elemanlı bir kümenin üçlü kombinasyonlarının sayısını bulunuz.

Çözüm

$$C(8, 3) = \binom{8}{3} = \frac{8!}{(8-3)! \cdot 3!} = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot 3!} = 56 \text{ olur.}$$

$$\text{Ya da } C(8, 3) = \binom{8}{3} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} = 56 \text{ olur.}$$

Örnek 2

- 5 elemanlı bir kümenin iki elemanlı alt küme sayısı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 3

- $C(6, 3) + C(9, 2)$

toplamı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 4

- $\binom{10}{2} - \binom{5}{4}$

işleminin sonucu kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 5

- Esin, 15 farklı kalemden 13 tanesini seçecektir, kaç farklı seçim yapabilir?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 6

- 7 kişilik bir topluluktan 3 kişilik bir grup kaç farklı şekilde oluşturabilir?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 7

- Bir öğrenci 8 soruluk bir test sınavından 3 soruyu seçip cevaplayacaktır.

Buna göre, bu öğrenci cevaplayacağı soruları kaç farklı şekilde seçebilir?

Çözme sırası sizde ☺

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
56	10	56	40	105	35	56

- $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere bazı kombinasyon özelliklerine bakalım.

- $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$ > $\binom{5}{0} = \binom{5}{5} = 1$ olur.

- $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$ > $\binom{5}{1} = \binom{5}{5-1} = 5$ olur.

- $\binom{n}{p} = \binom{n}{r}$ ise $r = p$ ya da $r + p = n$ > $\binom{5}{3} = \binom{5}{2} \Rightarrow 3 + 2 = 5$ 'dir > $\binom{5}{2} = \binom{5}{2} \Rightarrow 2 = 2$ 'dir.

- $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$ > $\binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \dots + \binom{5}{5} = 2^5 = 32$ olur.

- $\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1}$ > $\binom{5}{2} + \binom{5}{2+1} = \binom{5+1}{2+1} = 10 + 10 = 20$ olur.

Örnek 1

- $\binom{n+1}{4} = \binom{n+1}{6}$

olduğuna göre, n kaçtır?

Çözüm

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

$$\binom{n+1}{4} = \binom{n+1}{6}$$

$$n+1 = 4+6$$

$$n+1 = 10$$

$$\boxed{n=9}$$

Örnek 2

- $\binom{17}{x+4} = \binom{17}{2x-2}$

eşitliğini sağlayan x gerçekte sayılarının toplamı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 3

- $\binom{15}{0} + \binom{15}{1} + \binom{15}{2} + \dots + \binom{15}{15}$

işleminin sonucunu bulunuz.

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 4

- $\binom{12}{2} + \binom{12}{3} + \binom{12}{4} + \dots + \binom{12}{12}$

işleminin sonucunu bulunuz.

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 5

- n pozitif tam sayısı için,

$$\binom{n}{4} = \binom{n}{7}$$

olduğuna göre, $\binom{n}{2}$ kaçtır?

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 6

- $C(6,4) + C(6,3) - \binom{7}{4}$

ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözme sırası sizde ☹

- Herhangi üçü doğrusal olmayan n farklı noktadan en çok $\binom{n}{2}$ tane doğru geçer.
 - Doğrusal olmayan 4 farklı noktadan $\binom{4}{2} = 6$ tane doğru geçer.
- Herhangi ikisi çakışık olmayan ve paralel olmayan n tane doğru $\binom{n}{2}$ noktada kesişir.
 - Herhangi ikisi çakışık olmayan ve paralel olmayan 3 doğru $\binom{3}{2} = 3$ noktada kesişir.
- Herhangi üçü doğrusal olmayan n tane nokta ile $\binom{n}{3}$ kadar üçgen, $\binom{n}{4}$ kadar dörtgen, $\binom{n}{2}$ kadar doğru oluşturulur.
 - Herhangi üçü doğrusal olmayan 5 tane nokta ile $\binom{5}{3} = 10$ üçgen, $\binom{5}{4} = 5$ dörtgen, $\binom{5}{2} = 10$ doğru oluşturulur.

Örnek 1

- Aynı düzlemde bulunan herhangi üçü doğrusal olmayan 7 farklı noktadan en çok kaç farklı doğru geçer?

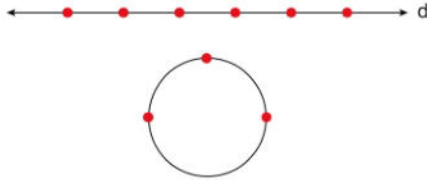
Çözüm

İki noktadan bir doğru geçer. Bu durumda 7 noktadan

$$\binom{7}{2} = \frac{7 \cdot 6^3}{2 \cdot 1} = 21 \text{ farklı doğru geçer.}$$

Örnek 2

- Aşağıda, d doğrusu üzerinde 6 nokta ve çember üzerinde 3 nokta verilmiştir.



Bu noktalar kullanılarak en fazla kaç tane doğru oluşturulabilir? (Sadece d doğrusu üzerindeki noktalar doğrusaldır.)

Çözme sırası sizde ☺

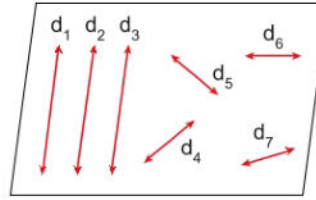
Örnek 3

- Herhangi ikisi paralel olmayan 9 tane doğru en fazla kaç farklı noktada kesişir?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 4

-



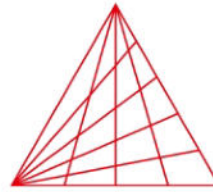
Yanda verilen düzlem üzerindeki 7 doğrudan sadece d_1 , d_2 ve d_3 doğruları birbirine paraleldir.

Buna göre, bu doğrular en çok kaç farklı noktada kesişirler?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 5

-

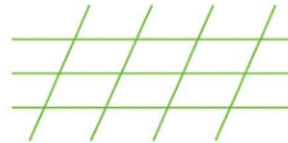


Yandaki şekil üzerinde kaç farklı üçgen vardır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 6

- Birbirine paralel doğrulardan oluşan şekilde kaç tane paralelkenar vardır?



Çözme sırası sizde ☺

1.	2.	3.	4.	5.	6.
21	22	36	18	90	18

- r tane özdeş nesne n kişiye istenildiği kadar verilmek şartı ile

$$\binom{n+r-1}{r}$$

farklı şekilde dağıtılabılır. Buna **tekrarlı kombinasyon** denir.

- **Ayraç yöntemi:** "3 özdeş kart 3 kutuya kaç farklı şekilde atılır?" bakalım

➤ Kutu sayısının bir eksiği kadar ayraç çizelim Aralara kartları yerleştirelim.

1. yol

$$\binom{3+3-1}{3} = \binom{5}{3} = 10 \text{ farklı şekilde atılır.}$$

2. yol

Kart 1 / Kart 2 / Kart 3

Burada 3 kutu, 2 ayraç olmak üzere 5 nesne vardır. Kartlar kutuya $\frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$ farklı şekilde atılır.

Örnek 1

- 6 özdeş kalem 3 öğrenciye kaç farklı şekilde dağıtılabılır?

Çözüm

I. yol

$$\binom{n+r-1}{r} \quad \begin{array}{l} n=3 \\ r=6 \end{array}$$

$$\binom{3+6-1}{6} = \binom{8}{6} = \binom{8}{2} = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 28$$

II. yol

○ ○ / ○ ○ / ○ ○

$$\frac{8!}{6! \cdot 2!} = 28$$

Örnek 2

- 3 özdeş siyah, 4 özdeş mavi kalem 4 öğrenciye kaç farklı şekilde dağıtılabılır?

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 3

- 6 adet madeni 1 TL 3 kumbaraya kaç farklı şekilde atılır?

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 4

- x, y ve z doğal sayılar olmak üzere; $x + y + z = 7$ olduğuna göre, kaç farklı (x, y, z) sıralı üçlüsü vardır?

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 5

- Özdeş 8 kitap, 5 kişiye kaç farklı şekilde dağıtılabılır?

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 6

- $x, y, z, t \in \mathbb{N}$ olmak üzere,

$$x + y + z + t = 9$$

koşulunu sağlayan kaç farklı 4 basamaklı $xyzt$ doğal sayısı yazılabılır?

Çözme sırası sizde ☹

1.	2.	3.	4.	5.	6.
28	4200	28	36	495	165

■ KOMBİNASYON

Tempo Testi - 1 ✓

1. $\frac{C(4,2) + C(5,3)}{C(8,1) - C(9,0)}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{12}{7}$ E) $\frac{16}{7}$

2. $C(n,2) = 2 \cdot P(n,1)$
olduğuna göre, n kaçtır?
A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

3. Bir nakliyat firması 2 tane yeni tır almak için tırların satıldığı işyerine gider.



Buna göre, firma şekildeki 6 tır arasında 2 tane tır kaç farklı biçimde seçebilir?

- A) 9 B) 12 C) 15 D) 25 E) 120

4. 5 elemanlı bir kümenin en az iki elemanlı kaç alt kümesi vardır?

- A) 26 B) 30 C) 34 D) 40 E) 42

5. 8 kişilik bir sanatçı kafilesinden oluşturulacak 5 kişilik takımda belli bir kişinin mutlaka yer alması isteniyor.

Buna göre, bu 5 kişilik takım kaç farklı şekilde oluşturulabilir?

- A) $\binom{10}{2}$ B) $\binom{9}{3}$ C) $\binom{7}{4}$ D) $\binom{6}{5}$ E) $\binom{6}{3}$

6. $\binom{28}{2n+2} = \binom{28}{n-4}$

eşitliğini sağlayan n değeri kaçtır?

- A) 4 B) 7 C) 10 D) 15 E) 20

■ KOMBİNASYON

Tempo Testi - 1 ✓

7. Birbirinden farklı 8 oyuncak arabası olan Gökalp, arabaları arasından 2 tanesini seçip arkadaşı Göktaş'a verecektir.

Buna göre, Gökalp'in kaç farklı seçeneği vardır?

- A) 9 B) 10 C) 16 D) 18 E) 28

8.



Aysima, yukarıdaki verilen 5 farklı renkteki tokadan, içerisinde mavi ve sarı renkli tokenin bulunduğu 3 tokayı kaç farklı şekilde seçebilir?

- A) 1 B) 3 C) 7 D) 10 E) 13

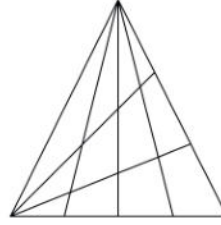
9. Birbirlerinden farklı 5 tarih, 2 matematik ve 3 Türkçe kitabı arasından 2 tarih, 1 matematik ve 2 Türkçe kitabı olacak şekilde 5 kitap kaç farklı şekilde seçilebilir?

- A) 30 B) 40 C) 45 D) 60 E) 72

10. 5 hemşire ve 3 doktor arasından en fazla iki kişinin doktor olduğu 4 kişilik bir sağlık ekibi kaç farklı şekilde oluşturulabilir?

- A) 40 B) 50 C) 65 D) 75 E) 80

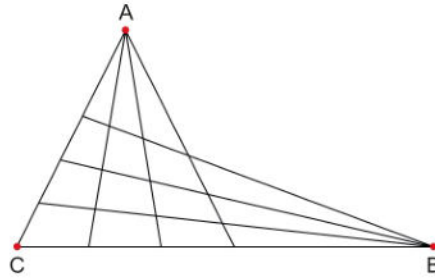
11.



Yukarıdaki şekilde birbirinden farklı kaç tane üçgen vardır?

- A) 42 B) 50 C) 55 D) 62 E) 68

12.



Yukarıdaki şekil üzerinde kaç farklı üçgen vardır?

- A) 40 B) 48 C) 56 D) 64 E) 70

■ KOMBİNASYON

Çözüm - 1 ✓

$$1. \quad C(4,2) = \frac{4!}{(4-2)! \cdot 2!} = \frac{24}{2 \cdot 2} = 6$$

$$C(5,3) = C(5,2) = \frac{5!}{(5-2)! \cdot 2!} = \frac{120}{6 \cdot 2} = 10$$

$$C(8,1) = 8$$

$$C(9,0) = 1$$

$$\frac{6+10}{8-1} = \frac{16}{7} \text{ bulunur.}$$

(Cevap E)

$$2. \quad \frac{\frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!}}{1} = \frac{2 \cdot n!}{(n-1)! \cdot 2}$$

$$\frac{1}{(n-2)! \cdot 2!} = \frac{2}{(n-1) \cdot (n-2)!}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{n-1}$$

$$n-1 = 4$$

$$n = 5$$

(Cevap C)

3. 6 tır arasından 2 tır 6'nın 2'li kombinasyonu kadar farklı şekilde seçilebilir.

$$C(6,2) = \frac{6!}{(6-2)! \cdot 2!} = \frac{720}{4! \cdot 2!} = \frac{720}{48} = 15$$

(Cevap C)

$$4. \quad \binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \dots + \binom{5}{5} = 2^5 \text{ olduğunu biliyoruz.}$$

En az iki elemanlı alt küme sayısı istendiği için bu toplamlardan

$$\binom{5}{0} + \binom{5}{1} = 1 + 5 = 6 \text{ toplamı çıkarılmalıdır.}$$

$$32 - 6 = 26 \text{ bulunur.}$$

(Cevap A)

5. Belli bir kişinin mutlaka yer alması istendiğinden 8 kişi içerisinde 1 kişiyi eksiltiriz.

$$\binom{8-1}{4} = \binom{7}{4}$$

(Cevap C)

$$6. \quad 2n + 2 = n - 4$$

$n = -6$ olamaz. $n \in \mathbb{N}$ olmalıdır.

veya

$$2n + 2 + n - 4 = 30$$

$$3n - 2 = 28$$

$$3n = 30$$

$$\boxed{n = 10}$$

(Cevap C)

■ KOMBİNASYON

Çözüm - 1 ✓

$$7. \binom{8}{2} = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 28$$

(Cevap E)

$$8. \text{Mavi, Sarı, } \underline{\quad}$$

$$\downarrow$$

$$\binom{3}{1} = 3$$

(Cevap B)

$$9. \binom{5}{2} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{3}{2}$$

$$\frac{5!}{(5-2)! \cdot 2!} \cdot \frac{2!}{1! \cdot 1!} \cdot \frac{3!}{(3-2)! \cdot 2!}$$

$$\frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot \frac{3!}{2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!} = 60 \text{ bulunur.}$$

(Cevap D)

10. En fazla iki doktor denildiği için üç durum vardır.

$$1) \text{ Hiç doktor yok. } \binom{3}{0} \cdot \binom{5}{4}$$

$$2) \text{ 1 doktor var. } \binom{3}{1} \cdot \binom{5}{3}$$

$$3) \text{ 2 doktor var. } \binom{3}{2} \cdot \binom{5}{2}$$

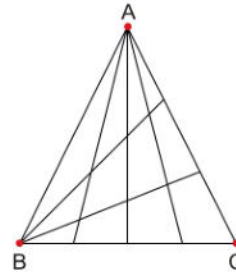
$$\binom{3}{0} \cdot \binom{5}{4} + \binom{3}{1} \cdot \binom{5}{3} + \binom{3}{2} \cdot \binom{5}{2}$$

$$= 1 \cdot 5 + 3 \cdot 10 + 3 \cdot 10$$

$$= 5 + 30 + 30 = 65$$

(Cevap C)

11.



$$\frac{A}{\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{1}} + \frac{B}{\binom{3}{2} \cdot \binom{4}{1}}$$

$$= \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \cdot 3 + \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 1} \cdot 4$$

$$= 30 + 12$$

$$= 42$$

(Cevap A)

$$12. \frac{A}{\binom{4}{2} \cdot \binom{4}{1}} + \frac{B}{\binom{4}{2} \cdot \binom{4}{1}}$$

$$= \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot 4 + \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot 4$$

$$= 24 + 24$$

$$= 48$$

(Cevap B)

■ KOMBİNASYON

Tempo Testi - 2 ✓

1. $C(n, 1) = 9$ olduğuna göre, $C(n, 2)$ 'nin değeri kaçtır?
A) 36 B) 30 C) 21 D) 15 E) 12
2. 6 kişilik bir aile düzenlenen bir çekilişte hediye olarak 3 kişilik sinema bileti kazanmışlardır. Anne ve baba sinemaya gitmemek üzere, geri kalan aile üyeleri kaç değişik şekilde sinemaya gidebilir?
A) 35 B) 20 C) 12 D) 10 E) 4
3. Aralarında Muhammet ve Umut'un bulunduğu 5 kişi arasından, yalnız birinin bulunduğu 3 kişilik grup kaç farklı şekilde seçilebilir?
A) 20 B) 12 C) 6 D) 4 E) 2
4. 5 doktor çalışmak üzere 3'ü Hatay'a, 2'si Malatya'ya kaç farklı şekilde gönderilebilir?
A) 60 B) 30 C) 20 D) 10 E) 8
5. Futsal seçmelerine katılan Emre, Eren ve Emir arasından 2 kişi seçilecektir. Bu 2 kişi arasından bir de kaptan belirleneceğine göre, bu seçim kaç değişik şekilde yapılır?
A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 18
6. 7 kişilik bir gruptan 4 kişilik bir dans grubu kaç değişik şekilde oluşturulabilir?
A) 56 B) 48 C) 35 D) 28 E) 24

■ KOMBİNASYON

Tempo Testi - 2 ✓

7. Ahmet elindeki 6 adet matematik testinden 2'sini kaç farklı şekilde seçebilir?

A) 15 B) 14 C) 10 D) 8 E) 6

8. Bir seminer sonrasında yapılan ankette, katılımcılara cevapları "Evet" veya "Hayır" olan 6 soru sorulmuştur.

Bütün sorulara yanıt veren bir katılımcı, bu anketi kaç farklı biçimde cevaplayabilir?

A) 32 B) 64 C) 72 D) 80 E) 90

9. Yusuf ve Utku, birbirinden farklı 5 kalemin tamamını her biri en az bir kalem alacak biçimde paylaşılacaktır.

Bu paylaşım kaç farklı şekilde yapılabilir?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

10. $C(4,2) - C(3,2) = 2a - 1$

eşitliğine göre, **a** değeri kaçtır?

A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

11. **1 başkan, 2 başkan yardımcısı ve 4 üyeden oluşan 7 kişilik bir yönetim kurulundan; içinde başkanın ve 1 başkan yardımcısının bulunacağı 3 kişilik çalışma grubu kaç farklı şekilde oluşturulabilir?**

A) 6 B) 8 C) 12 D) 14 E) 20

12. 3 farklı bardak ve 2 farklı fincan bir dolaba yerleştirilecektir.

Bardaklar sol tarafa ve fincanlar sağ tarafta olmak koşuluyla kaç farklı yerleştirme yapılabilir?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 36 E) 48

■ KOMBİNASYON

Çözüm - 2 ✓

1. $C(n, 1) = 9 \Rightarrow n = 9$
 $C(n, 2) = \binom{9}{2} = \frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} = 36$ bulunur.

(Cevap A)

2. Anne ve baba sinemaya gitmiyor ise $6 - 2 = 4$ kişi gidebilir. Bu 4 kişi içinden:

$$\binom{4}{3} = 4 \text{ farklı kişi seçilebilir.}$$

Sinemaya 4 farklı şekilde gidebilirler.

(Cevap E)

3. 3 kişilik grubu oluşturalım:

$$\frac{1}{\{\text{Muhammet}\}} \cdot \frac{3}{\cdot} \cdot \frac{2}{\cdot} = 6$$

$$\frac{1}{\{\text{Umut}\}} \cdot \frac{3}{\cdot} \cdot \frac{2}{\cdot} = 6$$

Yalnız birinin bulunduğu 3 kişilik grup $6 + 6 = 12$ farklı şekilde oluşturulur.

(Cevap B)

4. $\frac{\binom{5}{3}}{\text{Hatay}} \cdot \frac{\binom{2}{2}}{\text{Malatya}}$

$$= \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 1 = 10 \text{ farklı şekilde gönderilir.}$$

(Cevap D)

5. 3 kişi arasından 2 kişi $C(3, 2) = \binom{3}{2} = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 1} = 3$ farklı şekilde seçilebilir.

2 kişi arasından 1 kaptan $\binom{2}{1} = 2$ farklı şekilde seçilir.
 Bu seçim $3 \cdot 2 = 6$ farklı şekilde yapılır.

(Cevap B)

6. 7 kişi içinden 4 kişilik dans grubu;

$$C(7, 4) = \binom{7}{4} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 35 \text{ farklı şekilde seçilebilir.}$$

(Cevap C)

■ KOMBİNASYON

Çözüm - 2 ✓

7. 6 matematik testinden 2'si $C(6,2) = \binom{6}{2} = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$ farklı şekilde seçilebilir.

(Cevap A)

8. Her bir sorunun cevabı ya "Evet" ya da "Hayır" dır. Yani iki seçenek vardır. 6 soru için

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6 = 64 \text{ bulunur.}$$

(Cevap B)

9. $\binom{5}{1} \cdot \binom{4}{4} + \binom{5}{2} \cdot \binom{3}{3} + \binom{5}{3} \cdot \binom{2}{2} + \binom{5}{4} \cdot \binom{1}{1}$
 $= 5 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 5 \cdot 1$
 $= 5 + 10 + 10 + 5$
 $= 30$ farklı şekilde yapılabilir.

(Cevap E)

10. $C(4,2) - C(3,2) = 2a - 1$

$$\frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} - \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 1} = 6 - 3 = 3$$

$$2a - 1 = 3 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

(Cevap E)

11. • 1 başkan 1 şekilde seçeriz $\binom{1}{1} = 1$
 • 2 başkan yardımcısından 1 başkan yardımcısını $\binom{2}{1} = 2$ şekilde seçeriz.
 • 4 üyeden 1 üyeyi $\binom{4}{1} = 4$ şekilde seçeriz.

Bu durumda 3 kişilik grubu: $1 \cdot 2 \cdot 4 = 8$ farklı şekilde oluşturabiliriz.

(Cevap B)

- 12.

$$\frac{3!}{\text{sol}} \cdot \frac{2!}{\text{sağ}} = 6 \cdot 2 = 12$$

(bardak) (fincan)

olduğundan 12 farklı yerleştirme yapılabilir.

(Cevap A)

- **Deney:** Yeni bilgi kazanmak ve olayların gelişimini incelemek için titizlikle yapılan deneme ve testlere "deney" adı verilir.
 - Bir madeni paranın atılması deneydir.
 - **Çıktı:** Bir deneyin mümkün olan her türlü sonucuna "çıktı" denir.
 - Madeni paranın çıktıları yazı ve turadır.
 - **Örnek uzay:** Bir deneyin mümkün olan tüm çıktılarının kümesine "örnek uzay" denir ve **E** ile gösterilir.
 - Madeni para deneyinde örnek uzay = {yazı, tura} şeklindedir.
 - **Olay (istenilen olası durumlar):** Bir deneyde olmasını istediğimiz durumlara denir.
 - Madeni para deneyinde yazı gelmesi istenirse olay yazı olur.
- Örnek olarak:**
- Bir madeni para deneyinde örnek uzay 2 elemanlı iken n tane paranın örnek uzayı 2^n elemanlıdır.
 - Bir zar deneyinde örnek uzay 6 elemanlı iken n tane zarın örnek uzayı 6^n elemanlıdır.

Örnek 1

- Bir madeni paranın art arda iki kez havaya atılması deneyinin örnek uzayını bulunuz.

Çözüm

Paranın yazı gelmesini Y ile, tura gelmesini T ile göstereyim. Bu durumda örnek uzay şu şekilde olur.

$$E = \{(Y, Y), (T, T), (Y, T), (T, Y)\}$$

Örnek 2

- İki zarın düz bir zemine aynı anda atılması deneyinde örnek uzayın eleman sayısı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 3

- 2 tane zarın havaya atılması deneyinde zarın üst yüzeyine gelen sayıların toplamının 6 olma olayının eleman sayısı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 4

- Bir zar ve bir madeni paranın birlikte atılması deneyinin örnek uzayı kaç elemanlıdır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 5

- İki zar düz bir zemine aynı anda atılıyor.

Buna göre, üst yüze gelen sayıların toplamının 11'den büyük veya eşit olması olayını bulunuz.

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 6

- Aynı anda havaya atılan 4 madeni paranın en az birinin yazı gelmesi olayının eleman sayısı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

1.	2.	3.	4.	5.	6.
4 elemanlı	36	5	12	3	15

Bir örnek uzayın her bir alt kümesine "olay" denir.

A olayının olma olasılığı $P(A)$ olmak üzere;

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{A \text{ olayının olası durum sayısı}}{\text{Tüm durumların sayısı}} = \frac{\text{İstenen durum sayısı}}{\text{Tüm durumların sayısı}}$$

$0 \leq P(A) \leq 1$ aralığındadır.

↓ ↓
imkansız kesin
olay olay

yani bir olayın olma olasılığı 0 (sıfır) ile 1 (bir) arasındadır.

■ **İmkansız olay (0):** Gerçekleşmesi mümkün olmayan olaylara "imkansız olay" denir.

➤ Madeni paranın dik gelmesi imkansız olaydır.

■ **Kesin olay (1):** Gerçekleşmesi kesin olan olaylara "kesin olay" denir.

■ Örneğin zar atıldığında 1 ve 6 arasında bir sayı gelmesi kesin olaydır

■ "Bir olayın olmama olasılığı = $1 - (\text{olma olasılığı})$ " ile bulunur.

Örnek 1

■ Bir madeni para düz bir zemine atıldığında paranın yazı gelme olasılığı kaçtır?

Çözüm

$$E = \{Y, T\}$$

$$\text{Olasılık} = \frac{\text{İstenen durum}}{\text{Tüm durum}} = \frac{1}{2}$$

Örnek 2

■ Bir zar düz bir zemine atıldığında, üst yüze gelen sayının 5 olma olasılığı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 3

$$x = \{1, 2, 4, 7, 9\}$$

Yukarıda verilen x kümesinden seçilen bir elemanın tek sayı olma olasılığı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 4

■ Bir kutuda 4'ü turuncu renkte 15 adet kalem bulunmaktadır. Bu kutudan rastgele çekilen bir kalemin turuncu renkte olmama olasılığı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 5

■ Tülay, elinde 4 mavi, 2 yeşil ve 6 kırmızı balon tutmaktadır.

Bu balonlardan rastgele bırakılan balonun,

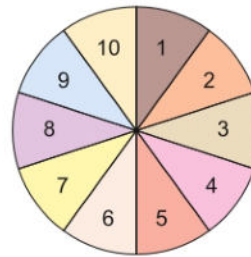
- Kırmızı olma olasılığı A ,
- Mavi olmama olasılığı B

olduğuna göre, $A + B$ toplamı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 6

■ Yusuf, görseldeki hedef tahtasına bir atış yapmıştır.



Eş parçalara ayrılmış hedef tahtasının üzerine 1'den 10'a kadar olan sayılar yazılmıştır.

Yusuf'un hedef tahtasını tuttuğu biliniyorsa okun hedef tahtasındaki herhangi bir asal sayıya denk gelme olasılığı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

1.	2.	3.	4.	5.	6.
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{11}{15}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{2}{5}$

- Bir A olayının olma olasılığını $P(A)$ ile göstermiştik. Bu A olayının olmama olasılığını ise $P(A')$ ile gösterelim. Buna göre $P(A) + P(A') = P(E) = 1$ olur.
- A ve B, E örnek uzayı üzerinde iki olay ve $A \cap B \neq \emptyset$ ise A veya B olayının olma olasılığı
 - › $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ dir.
- **Ayrık olay:** Aynı örnek uzaya ait A ve B olayının kesişimi boş küme ise A ve B olaylarına "ayrık olaylar" denir. Dolayısıyla $P(A \cap B) = \emptyset$ olduğundan $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ olur.
 - › Bir zar atıldığında çift gelmesi ve tek gelmesi ayrık olaylardır.
- **Ayrık olmayan olaylar:** İki olayın ortak elemanı varsa bu olaylara "ayrık olmayan olaylar" denir. A ve B ayrık olmayan iki olay ise $A \cap B \neq \emptyset$ 'dir.
 - › Bir zar atıldığında çift gelmesi ve asal gelmesi ayrık olmayan olaylardır.
- **Bağımsız olaylar:** Birinin gerçekleşmesi diğerini etkilemeyen olaylara denir.
 - › Zarın 1 gelmesi olayı ile madeni paranın yazı gelmesi olayı bağımsız olaylardır.
- A ve B, E örnek uzayı üzerinde "bağımsız olaylar" ise $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ dir. Buradan;
 - › $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$ dir.
 - › Olasılık sorularında "ve" bağlacı çarpma "veya" bağlacı toplama yapmıştır.

Örnek 1

- Bir A olayının gerçekleşme olasılığı $\frac{3}{5}$ olduğuna göre, gerçekleşmeme olasılığı kaçtır?

Çözüm

$$P(A) + P'(A) = 1$$

$$\frac{3}{5} + P'(A) = 1$$

$$P'(A) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

Örnek 2

- Bir zar atılması deneyinde aşağıdaki verilen olayların ayrık olaylar olup olmadığını bulunuz.

- a) Çift sayı gelme olasılığı ile asal sayı gelme olasılığı
- b) Çift sayı gelme olasılığı ile tek sayı gelme olasılığı

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 3

- Bir torbada 1'den 5'e kadar numaralandırılmış 5 adet bilye vardır. Rastgele çekilen bir bilyenin numarasının 2'den büyük veya çift olması olasılığı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 4

- Bir zarın atılması deneyinde üst yüze 3'ten küçük gelmesi ile 3'ten büyük gelmesi olasılığı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 5

- 10 farklı karta 0'dan 9'a kadar olan rakamlar yazılarak bir torba içine atılıyor. Buna göre torbadan çekilen bir kartın 6'dan büyük veya asal olma olasılığı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 6

- Bir madeni para ve bir zar atılıyor.

Buna göre paranın yazı, zarın 5 gelmesi olasılığı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

1.	2.	3.	4.	5.	6.
$\frac{2}{5}$	a) ayrık olmayan, b) ayrık	3	5	3	$\frac{1}{12}$

Örnek 1

- Bir ailenin 3 çocuğu vardır. Çocuklardan birinin kız olduğu bilindiğine göre, diğer ikisinin erkek olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Birinin kız olması;

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \text{ (Tüm durumlar)} - 1 \cdot 1 \cdot 1 \text{ (Hepsinin erkek olması)} = 7 \text{ durum}$$

Birinin kız, diğer ikisinin erkek olması

$$KEE \Rightarrow \text{sıralanması } \frac{3!}{2!} = 3 \text{ durum}$$

$$\text{O halde, olasılık} = \frac{3}{7} \text{ 'dir.}$$

Örnek 2

- E örnek uzayının iki olayı A ve B olsun.

$$P(A \setminus B) = \frac{1}{3}, P(B \setminus A) = \frac{1}{2} \text{ ve } P(A \cup B) = \frac{3}{5}$$

olduğuna göre, $P(A \cap B)$ kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 3

- Bir çift zar birlikte atılıyor. Gelen zarların toplamının 7 olduğu bilindiğine göre, zarlardan birinin 2 gelmiş olma olasılığı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 4

- Boy uzunlukları farklı 6 kişi bir sıra boyunca yan yana sıralanıyor.

Buna göre, boyu en uzun ve en kısa olan kişilerin sıranın birer ucunda olma olasılığı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 5

- Aralarında Esin'in de bulunduğu 7 kişi arasından 4 kişi boş bir banka oturacaklardır.

Buna göre, Esin'in banka oturanlar arasında bulunma olasılığı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 6

- Bir torbada 4 mor ve 2 siyah bilye bulunmaktadır.

Torbadan aynı anda çekilen iki bilyeden ikisinin de mor renk olması olasılığı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 7

- İki madeni para aynı anda havaya atılıyor. Paralardan birinin yazı diğerinin tura gelme olasılığı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 8

- Bir madeni para ve bir zar atılıyor. Paranın tura, zarın 4'den büyük veya asal gelme olasılığı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

1. Bir grupta 4 mavi, 5 yeşil ve 6 siyah gözlü toplam 15 kişi vardır.

Buna göre, bu gruptan seçilen bir kişinin siyah gözlü olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{2}{5}$

Birlikte Çözelim

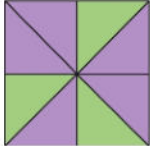
Örnek uzay $s(E) = 15$

Siyah gözlü olma olayı A ise $s(A) = 6$

Siyah gözlü olma olasılığı;

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} \text{ bulunur.}$$

2.



Yukarıda verilen hedef tahtasına bir artış yapan Başak'ın hedef tahtasını isabet ettirdiği biliniyorsa yeşil bölgeyi vurma olasılığı nedir?

- A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

Çözme Sırası Sizde

3. $-2, 0, -5, \frac{1}{4}, \frac{7}{2}, 2$

sayıları arasından seçilen bir sayının negatif veya çift olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{7}{6}$

Çözme Sırası Sizde

4. Bir sepette 2 elma, 2 armut ve 1 şeftali vardır.

Torbadan rastgele 4 meyve alındığında torbada kalan meyvenin elma olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

Çözme Sırası Sizde

5. Bir torbada bulunan 10 bilyenin 4'ü kırmızı, geri kalanı ise mavidir.

Bu torbadan rastgele alınan bir bilyenin mavi olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

Çözme Sırası Sizde

1.	2.	3.	4.	5.
E	C	C	D	A

1. Bir torbada 1'den 9'a kadar numaralandırılmış 9 tane top bulunmaktadır.

Torbadan rastgele çekilen 4 topun ikisinin tek sayı, ikisinin çift sayı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{10}{63}$ B) $\frac{5}{14}$ C) $\frac{10}{21}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{10}{7}$

Birlikte Çözelim

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$$\text{Olasılık} = \frac{\text{İstenen durum}}{\text{Tüm durum}}$$

$$= \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{4}{2}}{\binom{9}{4}}$$

$$= \frac{10 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{10 \cdot 6}{9 \cdot 7 \cdot 2} = \frac{10}{21} \text{ olur.}$$

2. Özgür, hilesiz bir parayı 50 kez havaya atıyor. Bu deney sonucunda para 20 kez tura geliyor.

Buna göre, paranın havaya atılma deneyinde üst yüze tura gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{7}$

Çözme Sırası Sizde

3. Bir odada öğretmen, marangoz, terzi ve avukat olan dört kişi bulunmaktadır. Bu dört kişiden birinin cep telefonu çalmıştır.

Bu kişinin; öğretmen olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) $\frac{1}{5}$

Çözme Sırası Sizde

4. Aşağıdaki seçeneklerden hangisinin olasılığı $\frac{1}{2}$ değildir?

- A) Atılan bir zarın çift gelme olasılığı
B) Atılan bir paranın tura gelmeme olasılığı
C) Bir dersten kalma olasılığı
D) Futbol maçında galip gelme olasılığı
E) Atılan zarın tek gelme olasılığı

Çözme Sırası Sizde

5. İki zar aynı anda atıldığında üst yüze gelen sayılar toplamının 12 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{36}$ B) $\frac{1}{30}$ C) $\frac{1}{18}$ D) $\frac{1}{15}$ E) $\frac{1}{12}$

Çözme Sırası Sizde

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) 4 para havaya atıldığında ortaya çıkabilecek 16 farklı sonuç vardır.
 B) 3 zar atıldığında ortaya çıkabilecek 216 farklı sonuç vardır.
 C) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) + P(A \cap B)$
 D) A ve B ayrık olaylar ise $P(A \cap B) = 0$ 'dır.
 E) Bir A olayının olma olasılığı kesin ise $P(A) = 1$ 'dir.

2. Şekildeki üç madeni para aynı anda atılıyor.



Buna göre, en az birinin yazı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{7}{8}$

3. İki zar aynı anda atılıyor.

Buna göre, zarların üst yüzünde gelen sayıların toplamının 9'dan küçük olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{7}{9}$ D) $\frac{8}{15}$ E) $\frac{30}{36}$

4. A ve B, E örnek uzayında iki ayrık olay olmak üzere,

$$P(A') = \frac{3}{4}$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, P(B) kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

5. A ve B, E örnek uzayının iki olayı olmak üzere,

$$P(A) = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

olduğuna göre, $P(A \cup B)$ kaçtır?

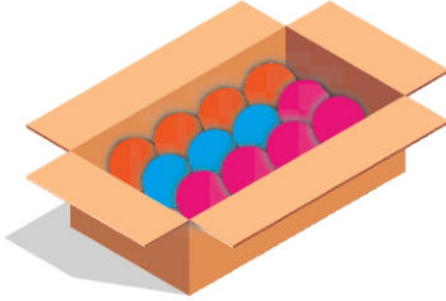
- A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{3}{4}$

6. Tunç çekmesindeki çoraplardan rastgele çekerek seçim yapıyor.

Çekmesinde 7 gri, 20 siyah ve 23 beyaz çorabı olan Tunç'un siyah çorap çekmeme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{5}$

7 - 9. soruları aşağıdaki bilgilere göre cevaplayınız.



Şekildeki kutuda 4 turuncu, 3 mavi ve 5 pembe top vardır.

Bu kutudan aynı anda 5 top çekiliyor.

7. Çekilen toplardan ikisinin turuncu, üçünün pembe olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{5}{9}$ C) $\frac{5}{66}$ D) $\frac{6}{43}$ E) $\frac{9}{56}$

8. Çekilen toplardan yalnızca birinin pembe olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{175}{792}$ B) $\frac{140}{803}$ C) $\frac{29}{87}$ D) $\frac{9}{25}$ E) $\frac{1}{9}$

9. Çekilen topların üçünün mavi, ikisinin turuncu olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{42}$ C) $\frac{1}{90}$ D) $\frac{2}{121}$ E) $\frac{1}{132}$

10. Asya ve Banu'nun da aralarında bulunduğu şekilde 5 arkadaş yan yana resim çektirecektir.



Buna göre, çekilen resimde Asya ve Banu arasında en az iki kişi bulunma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{5}{7}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{10}{11}$

11. 6 evli çift arasından rastgele iki kişi seçiliyor.

Buna göre, bu iki kişinin birbiriyle evli olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{11}$ D) $\frac{2}{13}$ E) $\frac{4}{9}$

12. Şekildeki torbada 3 sarı, 4 mavi bilye vardır.



Buna göre, bu torbadan rastgele çekilen 3 bilyeden ikisinin mavi, birinin sarı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{4}{17}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{16}{43}$ E) $\frac{18}{35}$

■ OLASILIK

Çözüm - 1 ✓

1. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

şeklinde olmalıdır.

Yanlış cevap C seçeneğidir.

(Cevap C)

2. Olasılık = $\frac{\text{İstenen}}{\text{Tüm durum}}$

Tüm durum: $2^3 = 8$

En az birinin yazı gelme olasılığı = Tüm durum – Hepsinin tura gelme olasılığı

$$= 8 - 1 = 7$$

$$\text{Olasılık} = \frac{7}{8}$$

(Cevap E)

3. Örnek uzay: $6 \cdot 6 = 36$ durum

$$\left. \begin{array}{l} (3,6) \\ (6,3) \\ (4,6) \\ (6,4) \\ (5,6) \\ (6,5) \\ (6,6) \\ (5,5) \end{array} \right\} \Rightarrow 36 - 8 = 28 \text{ durum (9'dan küçük gelme olasılığı)}$$

$$\text{Olasılık} = \frac{28}{36} = \frac{7}{9}$$

(Cevap C)

4. $P(A) + P(A') = 1$

$$P(A) + \frac{3}{4} = 1$$

$$P(A) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + P(B)$$

$$P(B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

(Cevap B)

5. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6}$$

$$= \frac{2+3-1}{6}$$

$$= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

(Cevap B)

6.

$$1 - \text{istenmeyen durum} = 1 - \frac{\text{siyah olmayan çorap sayısı}}{\text{toplam çorap sayısı}}$$

$$1 - \frac{20}{50} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} \text{ bulunur.}$$

(Cevap A)

■ OLASILIK

Çözüm - 1 ✓

7. Çekilen topların ikisinin turuncu, üçünün pembe olma olasılığı,

$$\frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{5}{3}}{\binom{12}{5}} = \frac{\frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1}}{\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}} = \frac{60}{792} = \frac{5}{66} \text{ olur.}$$

(Cevap C)

8. Çekilen toplardan yalnızca birinin pembe olma olasılığı,

$$\frac{\binom{5}{1} \cdot \binom{7}{4}}{\binom{12}{5}} = \frac{5 \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}{792} = \frac{5 \cdot 7 \cdot 5}{792} = \frac{175}{792} \text{ olur.}$$

(Cevap A)

9. Çekilen toplardan üçünün mavi, ikisinin turuncu olma olasılığı,

$$\frac{\binom{3}{3} \cdot \binom{4}{2}}{\binom{12}{5}} = \frac{1 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1}}{792} = \frac{6}{792} = \frac{1}{132} \text{ olur.}$$

(Cevap E)

10. Kişiler $\rightarrow A, B, C, D, E$ olsun.

$$\boxed{A, B}, C, D, E \rightarrow 2! \cdot 4!$$

$$\boxed{A, B}, C, D, E \rightarrow \binom{3}{1} \cdot 2! \cdot 3! = 3 \cdot 2 \cdot 3! = 6 \cdot 6 = 36$$

Tüm durum: 5!

$$5! - 2! \cdot 4! - 36 = 120 - 48 - 36 = 36$$

$$\text{Olasılık} = \frac{36}{5!} = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$$

(Cevap A)

11. 6 evli çift arasından seçilen iki kişinin birbiriyle evli olması olasılığı,

$$\frac{\binom{6}{1}}{\binom{12}{2}} = \frac{6}{\frac{12 \cdot 11}{2 \cdot 1}} = \frac{6}{66} = \frac{1}{11} \text{ olur.}$$

(Cevap C)

12. Bu torbadan rastgele çekilen 3 bilyeden ikisinin mavi birinin sarı olma olasılığı,

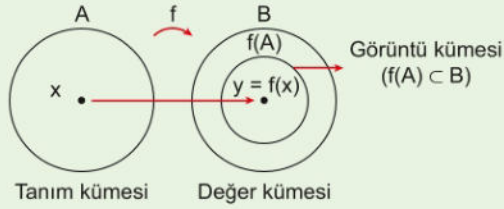
$$\frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{3}{1}}{\binom{7}{3}} = \frac{\frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot 3}{\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1}} = \frac{18}{35} \text{ olur.}$$

(Cevap E)

A ve B boş kümeden farklı iki küme olmak üzere

$f: A \rightarrow B$ (f A'dan B'ye) bağıntısı aşağıdaki iki şartı sağlıyorsa

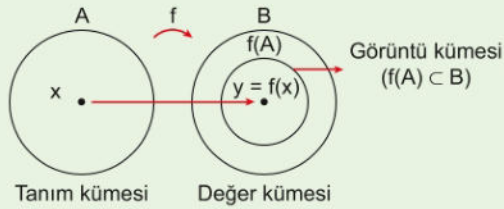
"f: $A \rightarrow B$ (f A'dan B'ye) fonksiyondur." denir.



- Tanım kümesindeki her bir elemanın mutlaka görüntüsü olmalı. Yani A kümesinde boşta eleman olmamalıdır.
- Tanım kümesindeki her bir elemanın sadece bir tek görüntüsü olmalı.

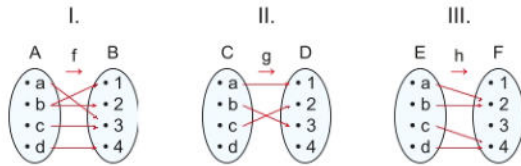
f: $A \rightarrow B$ ye tanımlı f(x) fonksiyonu için, A kümesinin bütün elemanlarının f fonksiyonu altında B de eşleştiği bütün değerlerin kümesine "görüntü kümesi" denir. $f(A)$ ile gösterilir. $f(A) \subset B$ dir.

Tanım kümesindeki birden fazla eleman değer kümesindeki tek bir elemanla eşleşebilir.



Örnek 1

■



Yukarıda verilen f, g ve h ilişkilemelerinden hangileri bir fonksiyon belirtir?

Çözüm

Tanım kümesindeki her eleman değer kümesindeki bir ve yalnız bir elemanla eşlenecek.

- Tanım kümesindeki b elemanının 2 farklı görüntüsü var, o halde **fonksiyon değil**.
- Tanım kümesindeki d elemanının görüntüsü yok, hiçbir elemanla eşleşmemiş, o halde **fonksiyon belirtmez**.
- Tanım kümesinde boşta eleman yok ve her elemanın yalnız bir görüntüsü var o halde **fonksiyon belirtir**.

Örnek 2

- f, bir fonksiyon olmak üzere,

$$f = \{(1, c), (2, a), (3, b), (4, d)\}$$

olduğuna göre, f fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz.

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 3

■

$$I. f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = \frac{1}{x}$$

$$II. f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = \frac{1}{x}$$

$$III. f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = \sqrt{x}$$

ifadeleri veriliyor.

Buna göre hangieri fonksiyondur.

Çözme sırası sizde ☺

1.	2.	1.
✓	{1, 2, 3, 4}	II ve III

Bu tip sorularda uygun şartlarda tanımlanmış bir fonksiyonun değerini bulacağız.

Örnek olarak:

- › $f(x) = 2x - 1$ fonksiyonu verilsin. Burada $f(1)$ sorulursa fonksiyonda x yerine 1 yazılır.
 $f(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1$ bulunur. Yani $f(1)$ 'in değeri 1'dir.

Örnek 1

- $f(x) = 3x - 1$
 olduğuna göre $f(1)$ kaçtır?

Çözüm

$f(1)$ 'i bulmak için $f(x)$ de x yerine 1 yazalım.
 $f(1) = 3 \cdot 1 - 1 = 3 - 1 = 2$ bulunur.

Örnek 2

- $f(x) = 5x - 2$
 olduğuna göre $f(2)$ kaçtır?
 Çözme sırası sizde ☺

Örnek 3

- $f(x) = x^2 + 1$
 olduğuna göre $f(3)$ kaçtır?
 Çözme sırası sizde ☺

Örnek 4

- $f(x) = |x|$
 olduğuna göre $f(-1)$ kaçtır?
 Çözme sırası sizde ☺

Örnek 5

- $f(x) = \sqrt{x}$
 olduğuna göre $f(4)$ kaçtır?
 Çözme sırası sizde ☺

Örnek 6

- f fonksiyonu "Herhangi bir reel sayıyı, o sayı ile bir eksiğinin çarpımına götürür." olarak tanımlanmıştır.
 Buna göre, $f(-2) + f(7)$ toplamının değeri kaçtır?
 Çözme sırası sizde ☺

Örnek 7

- Aşağıdaki şekildeki dönüştürücü içerisine atılan x girdisi 5 katının 2 eksiği olarak çıktıya dönüşmektedir.
 x (girdi)



- Buna göre dönüştürücüye atılan 3 girdisi, hangi çıktıya dönüşür?
 Çözme sırası sizde ☺

Örnek 8

- $A = \{a, b, c, d\}$ ve $B = \{1, 2, 3, 4\}$ olmak üzere,
 I. $f = \{(a, 1), (c, 2)\}$
 II. $g = \{(a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 4)\}$
 III. $h = \{(a, 2), (b, 3), (c, 3), (d, 4)\}$
 Yukarıda verilen ifadelerden hangileri A'dan B'ye bir fonksiyon belirtir?

1. Uygun koşullarda tanımlı

$$f(x) = x^3 + 1$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre f(3) kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 9 D) 27 E) 28

Çözme Sırası Sizde

$$f(3) = 3^3 + 1 = 27 + 1 = 28 \text{ bulunur.}$$

2. Uygun koşullarda tanımlı

$$f(x) = 2x^2 - 2$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre f(5) kaçtır?

- A) 25 B) 28 C) 48 D) 50 E) 52

Çözme Sırası Sizde

3. Uygun koşullarda tanımlı

$$f(x) = \sqrt[3]{x}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre f(216) kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözme Sırası Sizde

4.
$$f(x) = \frac{x+1}{5}$$

fonksiyonu uygun koşullarda tanımlanıyor.

Buna göre f(4) kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözme Sırası Sizde

5.
$$f(x) = \frac{x-3}{2}$$

fonksiyonu uygun koşullarda tanımlanıyor.

Buna göre f(7) kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözme Sırası Sizde

6.
$$f(x-1) = x^2 + 1$$

fonksiyonu uygun koşullarda tanımlanıyor.

Buna göre, f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $x^2 + 2x + 4$
-
- B)
- $x^2 + x + 4$
-
- C)
- $x^2 + x + 2$
-
- D)
- $x^2 + 2x + 2$
-
- E)
- $x^2 + 2x + 1$

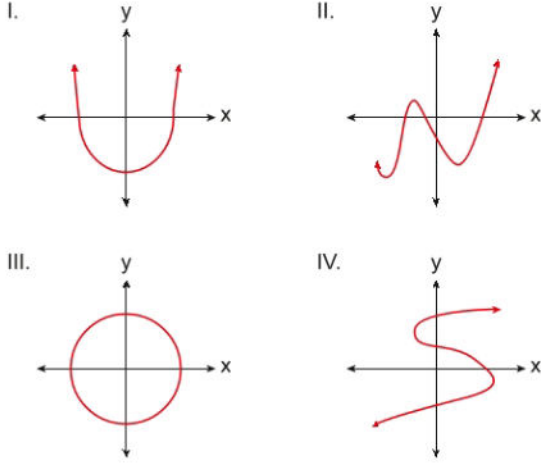
Çözme Sırası Sizde

1.	2.	3.	4.	5.	6.
E	C	B	A	B	D

Grafik şeklinde verilen bir bağıntının fonksiyon olup olmadığını anlamak için tanım kümesinin (x ekseninin) her noktasından y eksenine paralel doğrular çizilir. Çizilen doğrular grafiği sadece bir noktada kesiyorsa ve grafiği kesmeyen doğru olmuyorsa bu bağıntı bir fonksiyondur ve grafik fonksiyon grafiğidir denir.

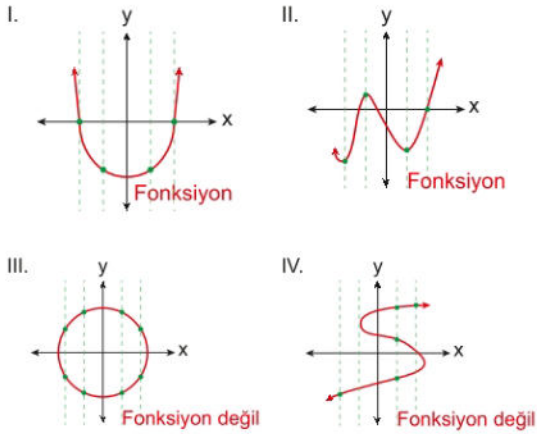
Örnek 1

- Aşağıda verilen grafiklerden hangileri birer fonksiyondur?



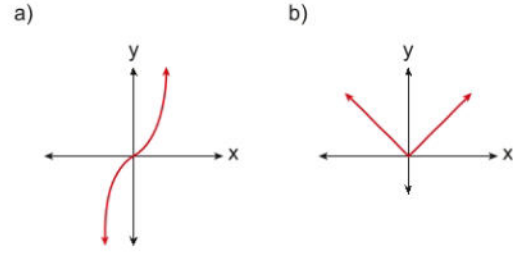
Çözüm

Dikey doğru testi adı verilen bu yöntemde doğruların tümü grafiği sadece bir noktada kestiği için bu bağıntı bir fonksiyondur. Diğer grafiklere de aynı testi uygulayalım.



Örnek 2

- Aşağıdaki grafiklerin fonksiyon grafiği olup olmadığını bulunuz.



Çözme sırası sizde ☹

Örnek 3

- Uygun koşullarda tanımlı

$$f(x + 3) = 2x - 7$$

fonksiyonu veriliyor.

$f(6)$ kaçtır?

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 4

- Uygun koşullarda tanımlı

$$f(2x) = 4x - 8$$

fonksiyonu veriliyor.

$f(x)$ fonksiyonu nedir?

Çözme sırası sizde ☹

1.	2.	3.	4.
I ve II	a) fonksiyondur, b) fonksiyondur	-1	$2x - 4$

$f: A \rightarrow \mathbb{R}$, (A'dan reel sayılara tanımlı bir fonksiyon)
 $g: B \rightarrow \mathbb{R}$ (B'den reel sayılara tanımlı bir fonksiyon) ve
 $A \cap B \neq \emptyset$ olmak üzere;

- $(f \pm g): A \cap B \rightarrow \mathbb{R}$, $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$
- $(f \cdot g): A \cap B \rightarrow \mathbb{R}$, $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
- $\left(\frac{f}{g}\right): A \cap B \rightarrow \mathbb{R}$, $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ ($g(x) \neq 0$)

$s(A) = a$ ve $s(B) = b$ olmak üzere

- A dan B ye tanımlı fonksiyon sayısı = b^a
- B den A ya tanımlı fonksiyon sayısı = a^b
- **Eşit fonksiyon:** $f: A \rightarrow B$, $f(x) = y$ ve $g: A \rightarrow B$, $g(x) = y$ olmak üzere, $\forall x \in A$ için $f(x) = g(x)$ ise f ve g fonksiyonlarına "eşit fonksiyonlar" denir ve $f = g$ ile gösterilir.

Örnek 1

- $f(4) = 5$
 $g(4) = -2$
 olduğuna göre, $(f + g)(4)$ değeri kaçtır?

Çözüm

$$(f + g)(4) = f(4) + g(4) = 5 + (-2) = 3$$

Örnek 2

- $f(3) = 6$
 $g(3) = 1$
 olduğuna göre, $(g - f)(3)$ değeri kaçtır?

Çözüm

$$(g - f)(3) = g(3) - f(3) = 1 - 6 = -5$$

Örnek 3

- $f(1) = -2$
 $g(1) = 4$
 olduğuna göre, $(f \cdot g)(1)$ değeri kaçtır?
 Çözme sırası sizde ☹

Örnek 4

- $f(0) = 8$
 $g(0) = 2$
 olduğuna göre, $\left(\frac{g}{f}\right)(0)$ değeri kaçtır?
 Çözme sırası sizde ☹

Örnek 5

- $f(x) = 2x - 1$
 $g(x) = x + 3$
 fonksiyonları veriliyor.
 Buna göre, $(f + g)(1)$ kaçtır?
 Çözme sırası sizde ☹

Örnek 6

- $f(x) = x^2 + x - 5$
 $g(x) = x + 3$
 olduğuna göre, $(f - g)(x)$ değerinin eşiti nedir?
 Çözme sırası sizde ☹

Örnek 7

- $f(x) = x$
 $g(x) = x - 4$
 olduğuna göre, $(f \cdot g)(x)$ değerinin eşiti nedir?
 Çözme sırası sizde ☹

Örnek 8

- $A = \{2, 4, 6\}$ ve $B = \{1, 3, 5\}$ kümeleri ile
 $f: A \rightarrow B$, $f(x) = x - 1$
 $g: A \rightarrow B$, $g(x) = |x| - 1$
 fonksiyonları veriliyor.
 f ve g fonksiyonları eşit midir?
 Çözme sırası sizde ☹

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
3	-5	-8	$\frac{1}{4}$	5	$x^2 - 8$	$x^2 - 4x$	eşittir

Birebir (1 – 1) Fonksiyon: Bir fonksiyonda tanım kümesindeki farklı her elemanın görüntüleri de farklıysa bu fonksiyon "birebirdir".

- Grafiği verilen bir fonksiyon 1 – 1 ise x eksenine paralel olarak çizilen doğrular grafiği en çok bir noktada keser. (yatay doğru testi)
- $s(A) = a$ ve $s(B) = b$ ve $b \geq a$ olmak üzere, A dan B'ye tanımlanacak 1 – 1 fonksiyon sayısı $P(b, a) = \frac{b!}{(b-a)!}$ dir.

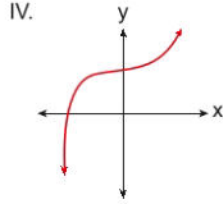
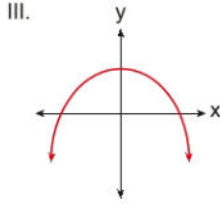
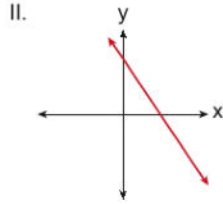
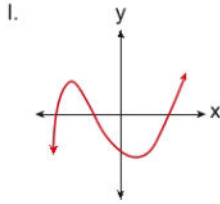
Örten Fonksiyon: $s(A) \geq s(B)$ olmak üzere,

$f: A \rightarrow B$, $F(A) = B$ ise f fonksiyonu örten fonksiyondur.

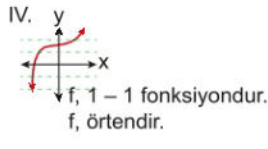
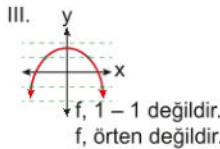
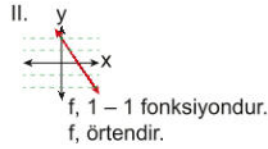
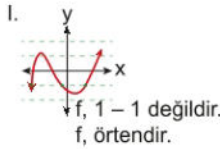
- Yani değer kümesinde boşta eleman kalmamalıdır.
- Grafiği verilen bir fonksiyonlara örten ise x eksenine paralel olarak çizilen doğrular grafiği en az bir noktada keser. (yatay doğru testi)
- Hem birebir hem de örten olan fonksiyonlara "1 – 1 ve örten fonksiyon" denir.
- $s(A) = s(B) = a$ olmak üzere
- A'dan B'ye tanımlanabilecek 1 – 1 ve örten fonksiyon sayısı $P(a, a) = a!$ dir.

Örnek 1

- Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi 1 – 1 ve örterdir?



Çözüm



Örnek 2

- a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3$ fonksiyonu 1 – 1 fonksiyon mudur?
- b) $A = \{1, 2, 3\}$ ve $f: A \rightarrow A$, $f(x) = x$ fonksiyonu veriliyor. Buna göre f fonksiyonu örten fonksiyon mudur? Çözme sırası sizde ☹

Örnek 3

- $A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{1, 4, 9\}$ olmak üzere,
- a) A'dan B'ye tanımlı 1 – 1 fonksiyon sayısı kaçtır?
- b) A'dan B'ye tanımlı 1 – 1 ve örten fonksiyon sayısı kaçtır? Çözme sırası sizde ☹

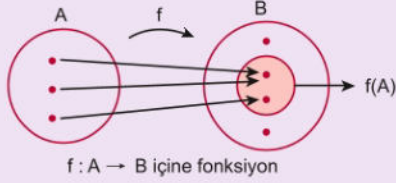
Örnek 4

- $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
 $B = \{0, 1, 4, 9\}$
- $f: A \rightarrow B$, $f(x) = x^2$ fonksiyonu veriliyor. Buna göre,
- a) f 1 – 1 midir?
- b) f örten midir? Çözme sırası sizde ☹

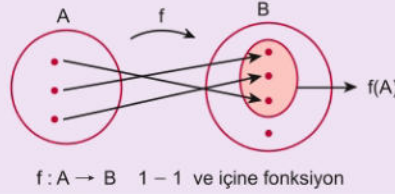
İçine Fonksiyon: $f: A \rightarrow B$ fonksiyonunda

$f(A) \subset B$ ve $f(A) \neq B$ oluyorsa f fonksiyonu "içine bir fonksiyondur". Yani, değer kümesinde en az bir tane eleman boşta kalıyorsa fonksiyon içine fonksiyondur.

■ Örten olmayan fonksiyon içine fonksiyondur.



■ Hem 1 – 1 hem de içine fonksiyona "1 – 1 ve içine fonksiyon" denir. $f: A \rightarrow B$ 1 – 1 ve içine fonksiyon ise $s(B) > s(A)$ olmalıdır.



Örnek 1

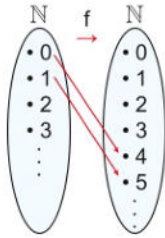
■ Aşağıdaki fonksiyonların içine ya da örten olup olmadığını belirleyiniz.

a) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = x + 4$

b) $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{x+3}{5}$

Çözüm

a) f 'nin örten olması için değer kümesi \mathbb{N} 'de hiçbir eleman açıkta kalmamalıdır.



"0, 1, 2, 3" sayılarının açıkta kaldığını görüyoruz. Bundan dolayı f fonksiyonu örten değildir yani içine fonksiyondur.

b) $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = y = \frac{x+3}{5}$ fonksiyonu örten fonksiyondur. Çünkü değer kümesindeki her $y \in \mathbb{R}$ sayısı tanım kümesindeki bir $x \in \mathbb{R}$ sayısı ile eşlenir.

Örnek 2

■ $f: A \rightarrow B$ A 'dan $\{-2, 6\}$ kümesine tanımlı 1 – 1 ve örten f fonksiyonu,

$$f(x) = 4x - 6$$

olduğuna göre, A kümesinde kaç farklı tam sayı değeri vardır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 3

■ $A = \{-1, 0, 1\}$

$$B = \{-2, 0, 1, 2\}$$

kümelere veriliyor.

I. $f: A \rightarrow B$, $f(x) = |x|$

II. $g: A \rightarrow B$, $g(x) = 2x$

III. $h: A \rightarrow B$, $h(x) = x + 1$

fonksiyonlarından hangileri 1 – 1 ve içinedir?

Çözme sırası sizde ☺

	1.	2.	3.
a) içine fonksiyondur, b) örten fonksiyon		2	II ve III

■ FONKSİYONLAR

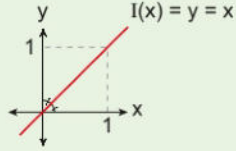
Birim ve Sabit Fonksiyon ✓

Birim (özdeş) fonksiyon: Tanım kümesindeki her elemanı yine kendisine eşleyen fonksiyona "birim fonksiyon" denir. $I(x)$ ile gösterilir.

$$f(x) = I(x) = x \text{ tir.}$$

$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 'ye tanımlı birim fonksiyonun grafiği yani,

$I(x) = f(x) = x$ 'in grafiği 1. açıortay doğrusudur. ($y = x$ doğrusu)



$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonu birim fonksiyon ise sadece x in katsayısı 1 olmalı, diğer katsayılar 0 olmalıdır.

Sıfır fonksiyon: $f(x) = 0$ fonksiyonu "sıfır fonksiyondur".

- Sıfır fonksiyonunda x 'li terim bulunmaz sabit terim dahil tüm katsayılar sıfırdır.

Örnek olarak:

- > $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ ise $a = 0, b = 0$ ve $c = 0$ dir.

Sabit fonksiyon: Tanım kümesindeki her bir elemanın değer kümesindeki görüntüleri aynı ise yani görüntüsü bir tane ise bu fonksiyonlara "sabit fonksiyon" denir.

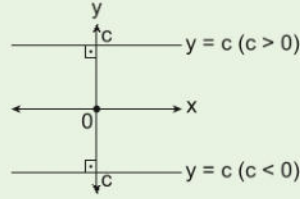
$$\forall x \in A \text{ için } f: A \rightarrow B, f(x) = C = \text{sabit}$$

$C \in B$ ise sabit fonksiyondur.

$f(1) = C, f(2) = C, \dots, f(n) = C$ dir.

A 'dan B 'ye tanımlanacak sabit fonksiyon sayısı $s(B)$ dir.

Sabit fonksiyon grafiği, x eksenine paralel doğru şeklindedir.



$f(x) = ax + b$ şeklindeki bir fonksiyon sabit bir fonksiyon ise $a = 0$ dir.

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{dx^2 + ex + f} \text{ fonksiyonu sabit fonksiyon ise,}$$

$$f(x) = \frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} \text{ dir.}$$

Örnek 1

- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, $f(x)$ bir birim fonksiyondur.

Buna göre,

$$f(3) + f(-4) + f(5)$$

toplamı kaçtır?

Çözüm

Birim fonksiyon $\Rightarrow f(x) = x$ 'tir.

$$f(3) + f(-4) + f(5) = 3 + (-4) + 5 = 4 \text{ olur.}$$

Örnek 2

- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = (3a - 6) \cdot x^2 - (b + 1) \cdot x + a \cdot b$$

fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

Çözüm

$$3a - 6 = 0 \Rightarrow 3a = 6 \quad \boxed{a = 2}$$

$$-(b + 1) = 0 \Rightarrow \boxed{b = -1} \text{ olur.}$$

Buradan $f(x) = -2$

O halde, $f(1) = -2$ bulunur.

Örnek 3

$$f(x) = ax^2 + 4x + bx + a + b$$

fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre,

$f(-8) + f(2025)$ toplamı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 4

-

I. $f(x + 2) = x + 2$

II. $g(x^2 - 1) = -x^2 + 1$

III. $h(x) = x$

IV. $K(\sqrt{x}) = \sqrt{x}$

Yukarıdaki fonksiyonlardan hangileri birim fonksiyondur?

Çözme sırası sizde ☹

$f: A \rightarrow B$, $y = f(x)$ birebir ve örten fonksiyon olmak üzere, $y = f(x)$ fonksiyonunun tersi $f^{-1}: B \rightarrow A$, $x = f^{-1}(y)$ olur.

$y = f(x)$ fonksiyonunun tersi, $f(x) = y$ eşitliğinde x 'in yalnız bırakılıp, x ile y 'nin yer değiştirilmesiyle elde edilir. Elde edilen ifade $f^{-1}(x)$ tir.

Örnek olarak:

➤ $f(x) = ax \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{a}$ olur.

➤ $f(x) = x + a \Rightarrow f^{-1}(x) = x - a$ olur.

➤ $f(x) = ax + b \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x - b}{a}$ olur.

■ $(f^{-1})^{-1} = f$ tir.

■ $y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$ dir.

Örnek 1

- Gerçek sayılar kümesinde tanımlı.

$$f(x) = 3x - 6$$

fonksiyonunun tersinin kuralını bulunuz.

Çözüm

1. adım: $f(x)$ yerine y yazalım.

$$f(x) = 3x - 6 \Rightarrow y = 3x - 6$$

2. adım: x yalnız bırakılır.

$$y = 3x - 6 \Rightarrow x = \frac{y + 6}{3}$$

3. adım: x yerine y , y yerine x yazılır.

$$x = \frac{y + 6}{3} \Rightarrow y = f^{-1}(x) = \frac{x + 6}{3} \text{ bulunur.}$$

Örnek 2

- $f(x) = x + 4$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 3

- $f(x) = \frac{x}{3} - 1$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 4

- $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$g(x) = \frac{5 - 2x}{7}$$

olduğuna göre, $g^{-1}(x)$ fonksiyonunun eşitini bulunuz.

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 5

- $f(x) = \frac{x}{2} + 1$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 6

- $f(x) = x - 9$

olduğuna göre, $(f^{-1}(9))^{-1}$ fonksiyonunu bulunuz.

Çözme sırası sizde ☺

1.	2.	3.	4.	5.	6.
$\frac{x+6}{3}$	$x-4$	$3x+3$	$\frac{5-7x}{2}$	$2x-2$	0

- $f: \mathbb{R} - \left\{ -\frac{d}{c} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$ olmak üzere
 - $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ fonksiyonunun tersi $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$ dir.
 - $f(x)$ birebir ve örten ise;
 - $f(x)$ in tanım kümesi, $f^{-1}(x)$ in değeri kümesi, $f(x)$ in değer kümesi de $f^{-1}(x)$ in tanım kümesidir.
 - $f(x)$ fonksiyonu birebir ve örten ise $f^{-1}(x)$ ifadesinde bir fonksiyon belirtir.
 - $f(ax+b) = cx+d$ ifadesinde $f(x)$ i elde edebilmek için eşitliğin her iki tarafında x yerine $ax+b$ nin tersi $\frac{x-b}{a}$ yazılır.

Örnek 1

- $f: \mathbb{R} - \{-3\} \rightarrow \mathbb{R} - \{-5\}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{7-5x}{x+3}$$

fonksiyonunun tersinin kuralını bulunuz.

Çözüm

Pratik yolla;

$$f(x) = \frac{7-5x}{x+3} = \frac{-5x+7}{x+3}$$

ifadesinde -5 ile $+3$ sayılarının yeri ve işareti değiştirilirse,

$$f^{-1}(x) = \frac{-3x+7}{x+5} \text{ bulunur.}$$

2. yol; $f(x) = y = \frac{7-5x}{x+3}$ ifadesinde x 'i yalnız bırakalım.

$$y \cdot (x+3) = 7-5x$$

$$xy+3y = 7-5x$$

$$xy+5x = 7-3y$$

$$x \cdot (y+5) = 7-3y$$

$$x = \frac{7-3y}{y+5}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{7-3x}{x+5} = \frac{-3x+7}{x+5} \text{ bulunur.}$$

Örnek 2

- $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}$,

$$f(x) = \frac{3x+4}{x-2}$$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ nedir?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 3

- $g: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{-2\}$

$$g(x) = \frac{-2x+3}{x+1}$$

olduğuna göre, g fonksiyonunun tersinin kuralını bulunuz.

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 4

- Uygun koşullarda tanımlı

$$g(x) = \frac{4}{x-2}$$

fonksiyonunun tersi nedir?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 5

- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(3x-a) = 2x-1$$

$$f^{-1}(3) = 7$$

olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 6

- Bire bir ve örten bir f fonksiyonu için

$$f^{-1}(x-2) = 2x+1$$

olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

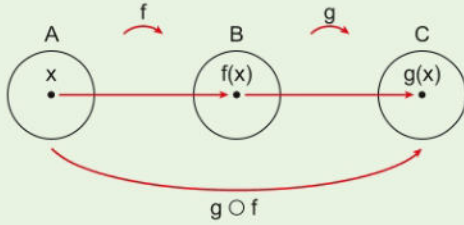
1.	2.	3.	4.	5.	6.
$\frac{3x+7}{x+5}$	$\frac{2x+4}{x-3}$	$\frac{-x+3}{x+2}$	$\frac{4+2x}{x}$	$\frac{1}{3}$	-1

A'dan B'ye f fonksiyonu ile B'den C'ye g fonksiyonunu kullanarak A kümesinin elemanlarını C kümesinin elemanlarına eşleyen fonksiyona f ile g'nin "bileşkesi" denir. " $g \circ f$ " şeklinde gösterilir.

f: $A \rightarrow B$ (f A'dan B'ye), $f(x) = y$ fonksiyonu

g: $B \rightarrow C$ (g B'den C'ye), $g(x) = z$ fonksiyonu olmak üzere,

$g \circ f$: $A \rightarrow C$ (A'dan C'ye), $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = z$ ifadesine f ile g'nin bileşke fonksiyonu denir.



■ $(f \circ g)(x) = f[g(x)]$

■ $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$

Örnek 1

■ $f(5) = -5$

$g(-5) = 20$

olduğuna göre, $g \circ f(5)$ kaçtır?

Çözüm

$g \circ f(x) = g(f(x))$

$g \circ f(5) = g(\underbrace{f(5)}_{-5}) = g(-5) = 20$

Örnek 2

■ $f(x) = x + 2$

$g(x) = x^2 + 1$

olduğuna göre, $(f \circ g)(-2)$ kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 3

■ $f(x) = 3x - 1$

$g(x) = x^2 + 2$

olduğuna göre, $(f \circ g)(x)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 4

■ $f(x) = \frac{x+2}{3}$

olduğuna göre, $(f \circ f)(x)$ ifadesinin eşiti nedir?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 5

■ \mathbb{R} 'den \mathbb{R} 'ye tanımlı f ve g fonksiyonları veriliyor.

$f(x) = 2x + 1$

$g(x) = x^2$

olduğuna göre $(g \circ f)(1)$ ve $(f \circ g)(1)$ fonksiyonlarının toplamı kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

Örnek 6

■ Uygun koşullarda tanımlı

$f(x) = \frac{x}{2}$

$g(x) = 2 \cdot x$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f \circ g)(2)$ kaçtır?

Çözme sırası sizde ☺

1.	2.	3.	4.	5.	6.
20	7	$3x^2 + 5$	$\frac{x+8}{9}$	12	2

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x + 7$
 $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = -8x - 1$
 olmak üzere $f \circ g(-1)$ kaçtır?
 A) 18 B) 24 C) 21 D) 27 E) 28

Birlikte Çözelim

$$g(-1) = -8 \cdot (-1) - 1 = 7$$

$$f(7) = 3 \cdot 7 + 7 = 28 \text{ bulunur.}$$

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -7x + 2$
 $g(x) = 5x - 9$
 olmak üzere $g \circ f(1)$ kaçtır?
 A) -34 B) -25 C) -5 D) -5 E) -1

Çözme Sırası Sizde

3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4x - 2$
 $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 5x + 1$
 olmak üzere $f \circ g(2)$ kaçtır?
 A) 18 B) 30 C) 31 D) 42 E) 44

Çözme Sırası Sizde

4. Uygun koşullarda tanımlı f ve g fonksiyonları,
 $f(x) = 2x$
 $g(x) = x + 7$
 şeklinde tanımlanıyor.
 Buna göre $g \circ f(10)$ kaçtır?
 A) 20 B) 27 C) 30 D) 34 E) 37

Çözme Sırası Sizde

5. $f(x) = x - 3$
 $g(x) = x - 5$
 fonksiyonları uygun koşullarda tanımlanıyor.
 Buna göre $g \circ f(-2)$ kaçtır?
 A) -10 B) -7 C) -5 D) 10 E) 12

Çözme Sırası Sizde

6. $f, g, h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ için,
 $f(x) = 2x + 1$
 $g(x) = 4x - 7$
 $h(x) = x - 15$
 olmak üzere $(h \circ g \circ f)(1)$ kaçtır?
 A) -25 B) -17 C) -10 D) 18 E) 20

Çözme Sırası Sizde

- Bileşke işlemin değişme özelliği yoktur.
 - $f \circ g \neq g \circ f$ ($f \neq g$)
- Bileşke işlemin birleşme özelliği vardır.
 - $f \circ g \circ h = (f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$
- Bileşke işlemin etkisiz elemanı birim fonksiyondur.
 - $f \circ I = I \circ f = f$
- $f: A \rightarrow A$, $1 - 1$ ve örten fonksiyon olmak üzere,
 - $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I = x$ olur.
- $(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$
- $(f \circ g \circ h)^{-1}(x) = (h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(x)$
- $h(x) = (f \circ g)(x) \Rightarrow g(x) = (f^{-1} \circ h)(x)$ tir.

Örnek 1

- f , bire bir ve örten bir fonksiyondur.

$$(f \circ f^{-1})(4a - 2) = 14$$

olduğuna göre, a kaçtır?

Çözüm

$$f \circ f^{-1} = I$$

$$(f \circ f^{-1})(4a - 2) = 14$$

$$4a - 2 = 14 \Rightarrow 4a = 16 \Rightarrow a = 4$$

Örnek 2

- f ve g bire bir ve örten iki fonksiyondur.

$$(f \circ g)(x) = x + 2$$

$$f^{-1}(x) = 3x - 1$$

olduğuna göre, $g(x)$ 'in değeri kaçtır?

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 3

- Uygun koşullarda tanımlı f ve g fonksiyonları veriliyor.

$$f(x) = x + 1$$

$$(f \circ g)(x) = 2x + 5$$

olduğuna göre $g(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 4

- f ve g bire bir ve örten iki fonksiyon olmak üzere,

$$f(2) = 4$$

$$g(2) = 3$$

olduğuna göre, $(f \circ g^{-1})^{-1}(4)$ 'ün değeri kaçtır?

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 5

- $f(x) = 4x - 4$ ve $g(x) = 2x + 3$

olduğuna göre, $(g \circ f^{-1})^{-1}(x)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 6

- f , bire bir ve örten bir fonksiyondur.

$$(f \circ f^{-1})(2a + 4) = 12$$

olduğuna göre, a kaçtır?

Çözme sırası sizde ☹

1.	2.	3.	4.	5.	6.
4	$3x + 5$	$2x + 4$	3	$2x - 10$	4

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ biçimindeki fonksiyonlara "doğrusal fonksiyon" denir.

Örnek olarak:

► $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (a-1)x^3 + (b-2)x^2 + ax + b$ fonksiyonu doğrusal fonksiyon ise x^3 ve x^2 li terimlerin katsayılarının sıfır olması gerekir.

$$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2 \text{ olmalıdır.}$$

O halde;

$$f(x) = \underbrace{(a-1)}_0 x^3 + \underbrace{(b-2)}_0 x^2 + ax + b$$

$$f(x) = ax + b = x + 2 \text{ olur.}$$

Örnek 1

$$f(x) = (3a - 9) \cdot x^2 + 4x - a$$

fonksiyonu doğrusal fonksiyon olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

Çözüm

$$f(x) = ax + b$$

$$3a - 9 = 0$$

$$3a = 9$$

$$a = 3$$

$$f(x) = \underbrace{(9-9)}_0 \cdot x^2 + 4x - 3$$

$$f(x) = 4x - 3$$

$$f(2) = 4 \cdot 2 - 3 = 5$$

Örnek 2

■

I. $f(x) = -3$

II. $h(x) = 4x + 7$

III. $k(x) = \sqrt{x} + 3$

IV. $g(x) = \frac{x+2}{x-2}$

Yukarıda verilenlerden hangileri doğrusal fonksiyondur?

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 3

■ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ bir doğrusal fonksiyon olmak üzere;

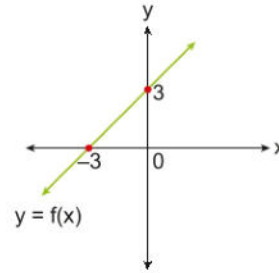
$$f(1) = 6, f(2) = 9$$

olduğuna göre $f(6)$ kaçtır?

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 4

■ Aşağıda $f(x) = x + 3$ doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

a) $f(2)$ 'nin değeri kaçtır?

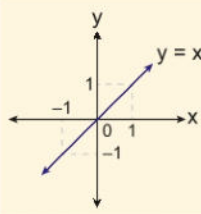
b) $f(-2)$ 'nin değeri kaçtır?

Çözme sırası sizde ☹

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = ax + b$ fonksiyonunun grafiği dik koordinat sisteminde $y = ax + b$ doğrusunun grafiğini belirtir. Bir doğrunun grafiğini dik koordinat sisteminde çizmek için bu doğrunun geçtiği en az iki noktaya ihtiyaç vardır. Dolayısıyla $y = ax + b$ denklemini sağlayan en az 2 tane (x, y) sıralı ikilisi seçilip bu sıralı ikililer dik koordinat sisteminde işaretlenir ve işaretlenen noktalar bir doğru parçası oluşturacak şekilde birleştirilip doğru çizilir.

Örnek olarak:

► $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x) = x$ ve $f(x) = -x$ fonksiyonlarının grafikleri şu şekildedir.

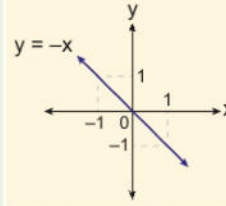


$y = x$ fonksiyonunda;

$$x = 0 \text{ için } y = 0$$

$$x = -1 \text{ için } y = -1$$

$$x = 1 \text{ için } y = 1$$



$y = -x$ fonksiyonunda;

$$x = 0 \text{ için } y = 0$$

$$x = -1 \text{ için } y = 1$$

$$x = 1 \text{ için } y = -1$$

■ $y = ax + b$ fonksiyonunda $a > 0$ ise doğru sağa yatık $a < 0$ ise doğru sola yatıktır.

Örnek 1

■ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 4 - 2x$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm

Doğrusal Fonksiyonların Grafikleri

$y = ax + b$ şeklindeki doğrusal fonksiyonların grafikleri bir doğru grafiğidir.

$y = ax + b$ biçimindeki doğrusal fonksiyonların grafikleri çizilirken;

- $x = 0$ için doğrunun y eksenini kestiği nokta bulunur.
- $y = 0$ için doğrunun x eksenini kestiği nokta bulunur.
- Bulunan kesim noktaları analitik düzlemde işaretlenir. Bu iki noktadan geçen doğru çizilir.

$f(x) = y = 4 - 2x$ doğrusunun eksenleri kestiği noktaları bulalım.

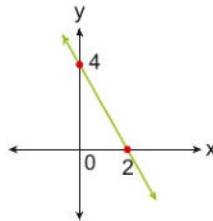
$$x = 0 \text{ için } y = 4 - 2 \cdot 0$$

$$y = 4$$

$$y = 0 \text{ için } 0 = 4 - 2x$$

$$2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$(0, 4)$ ve $(2, 0)$ noktalarından geçen doğrunun grafiği yandaki gibidir.



Örnek 2

■ Gerçek sayılar kümesinde tanımlı,

$$f(x) = x - 1$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 3

■ $y = 3$ ve $x = -1$

doğrularının grafiklerini çiziniz.

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 4

■ $f(x) = 2x$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözme sırası sizde ☹

1. Uygun koşullarda tanımlı

$$f(x) = x + 5$$

$$g(x) = x + 2$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre $(f \circ g)^{-1}(1)$ kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -2 D) 4 E) 6

Birlikte Çözelim $(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$ olduğunu biliyoruz.

$$g^{-1}(x) = x - 2$$

$$f^{-1}(x) = x - 5$$

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(x) = g^{-1}(f^{-1}(x)) = x - 5 - 2 = x - 7$$

$$g^{-1}(f^{-1}(1)) = 1 - 7 = -6 \text{ bulunur.}$$

2. Uygun koşullarda tanımlı

$$f(x) = 8x - 8$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre $f^{-1}(8)$ kaçtır?

- A) 8 B) 16 C) 32 D) 56 E) 64

Çözme Sırası Sizde

3. Uygun koşullarda tanımlı

$$f(3x) = 3x - 2$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $x - 3$
- B)
- $x - 2$
- C)
- x
- D)
- $x + 2$
- E)
- $x + 3$

Çözme Sırası Sizde

4. Uygun koşullarda tanımlı

$$f(x) = x^2 + 10x + 25$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre $f(2)$ kaçtır?

- A) 16 B) 25 C) 36 D) 49 E) 64

Çözme Sırası Sizde

5. Uygun koşullarda tanımlı

$$f(x) = x - 1$$

$$g(x) = x + 1$$

fonksiyonları veriliyor.

 $(g \circ f)(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $x - 1$
- B)
- x
- C)
- $x + 1$
- D)
- $x + 2$
- E)
- $2x$

Çözme Sırası Sizde

6. Uygun koşullarda tanımlı

$$f(x) = 10x - 3$$

$$g(x) = 2x$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre $(f \circ g)(5)$ kaçtır?

- A) 47 B) 57 C) 94 D) 97 E) 100

Çözme Sırası Sizde

■ FONKSİYONLAR

Tempo Testi - 1 ✓

- 1.
- $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$
- olmak üzere,

$$f(x) = x + 3 \text{ biçiminde tanımlanıyor.}$$

Buna göre,

- I. f fonksiyonunun tanım kümesinin en küçük elemanı 0'dır.
- II. f fonksiyonunun görüntü kümesinin en küçük elemanı 3'tür.
- III. f fonksiyonunun değer kümesinin en küçük elemanı 3'tür.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

- 2.
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- olmak üzere

$$f(x) = x^3$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, f fonksiyonunun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) \mathbb{R} B) \mathbb{Z} C) \mathbb{R}^- D) \mathbb{N} E) \emptyset

- 3.
- $f(x) = \frac{x}{x-4}$

fonsiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) \mathbb{R} B) \mathbb{R}^+ C) $\mathbb{R} - \{0\}$
D) $\mathbb{R} - \{2\}$ E) $\mathbb{R} - \{4\}$

- 4.
- $A = [-2, 4)$
- olmak üzere,

$$f: A \rightarrow \mathbb{R}$$

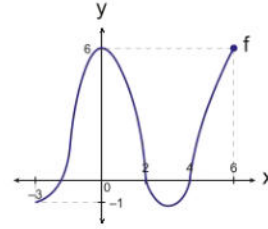
$$f(x) = 2x + 1$$

fonsiyonu tanımlanıyor.

Buna göre, f fonksiyonunun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-4, 2]$ B) $(-2, 3]$ C) $[-5, 4]$
D) $[-3, 7)$ E) $[-3, 9)$

- 5.



Analitik düzlemde grafiği verilen f fonksiyonunun tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-3, 6]$ B) $[-3, 4)$ C) $(-1, 6)$
D) $[-4, 3)$ E) $[-2, 7]$

- 6.
- $A = \{-1, 0, 1\}$
- olmak üzere,

$$f: A \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $f(A)$ görüntü kümesi farklı tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 5 C) 8 D) 12 E) 20

■ FONKSİYONLAR

Tempo Testi - 1 ✓

7. $f: [-3, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x + 2$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre bu fonksiyonun görüntü kümesindeki farklı tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 5 C) 8 D) 12 E) 20

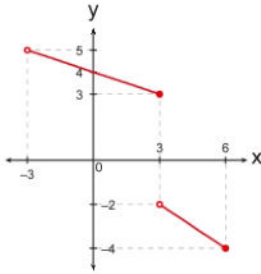
8. $f(x) = \sqrt{5-x} + \sqrt{x-1}$

Fonksiyonunun en geniş tanım kümesindeki tam sayıların kümesi A olarak isimlendiriliyor.

Buna göre, s(A) kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

- 9.



Analitik düzlemde grafiği verilen f fonksiyonunun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[3, 5)$ B) $(-2, 5)$ C) $[-4, -2)$
D) $(-3, 3] \cup (3, 6]$ E) $[-4, -2) \cup [3, 5)$

10. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 7x + 3$$

fonksiyonu tanımlanıyor.

Buna göre, f(2) değeri kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 13 D) 17 E) 19

11. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x+2) = x^2 + 5x - 2$$

fonksiyonu tanımlanıyor

Buna göre, f(2) değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 1 D) 2 E) 4

12. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = |x| + x$$

fonksiyonu tanımlanıyor.

Buna göre, f(-1) + f(1) toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

1. $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$

$$f(x) = x + 3$$

Tanım kümesi $\rightarrow \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$

$$f(x) = \{3, 4, 5, \dots\}$$

I. Tanım kümesinin en küçük elemanı 0'dır. (Doğru)

II. Görüntü kümesinin en küçük elemanı 3'tür. (Doğru)

$$f(0) = 3$$

III. Değer kümesi tam sayılardır. (Yanlış)

Üçüncü öncül yanlış. Doğru öncüller I ve II. öncüllerdir.

(Cevap C)

2. f fonksiyonunda

$$x^3 \in (-\infty, \infty)$$

Reel sayılar = \mathbb{R}

(Cevap A)

3. Paydayı tanımsız yapan değer;

$$x - 4 \neq 0$$

$$x \neq 4 \text{ olmalı}$$

Tanım kümesi: $\mathbb{R} - \{4\}$

$$f: \mathbb{R} - \{4\} \rightarrow \mathbb{R}$$

(Cevap E)

4. $f(x) = 2x + 1$

$$f(-2) = 2 \cdot (-2) + 1$$

$$= -4 + 1$$

$$= -3$$

$$f(4) = 2 \cdot 4 + 1$$

$$= 8 + 1$$

$$= 9$$

$$[-3, 9]$$

(Cevap E)

5. Grafikte x ekseninde sınırlara bakmalıyız çünkü x eksenini bize tanım kümesini verir.

$$(-3, 6]$$

(Cevap A)

6. $f(1) = (-1)^2 = 1$

$$f(0) = 0^2 = 0$$

$$f(1) = 1^2 = 1$$

$$f(A) = \{0, 1\}$$

(Cevap A)

■ FONKSİYONLAR

Tempo Testi - 2 ✓

1. Gerçel sayılar kümesi üzerinde f fonksiyonu

$$f(x) = x^3 - 2x^2$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $f(2) + f(4)$ değeri kaçtır?

- A) 16 B) 32 C) 44 D) 58 E) 64

2. a bir gerçel sayı olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde bir f fonksiyonu

$$f(x) = x + 2 - 2a$$

biçiminde tanımlanıyor.

$f(3) = 15$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -10 B) -5 C) 0 D) 5 E) 10

3. a bir gerçel sayı olmak üzere gerçel sayılar kümesi üzerinden bir f fonksiyonu

$$f(3x + 2) = -3x + 2a - 1$$

biçiminde tanımlanıyor.

$f(5) = 4$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Doğal sayılar kümesi üzerinden bir f fonksiyonu her n doğal sayısı için

$$f(n) = n - 7$$

biçiminde tanımlanıyor.

$f(f(a)) = 60$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 54 B) 64 C) 74 D) 84 E) 94

5. $f(x) = \frac{x^2}{x^3}$ olduğuna göre, $f(-3)$ kaçtır?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) $-\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{5}{9}$

6. Yağmur sonrasında yerde oluşmuş daire şeklindeki su birikintisi yaz güneşinin etkisiyle kurumaya başlıyor. Su birikintisinin çapı 12 cm iken 2 saniye sonra 10 cm'ye düşüyor.

Su birikintisinin çapının merkeze doğru küçülüyor olduğu bilindiğine göre çap ve zaman ilişkisini veren $f(x)$ doğrusal fonksiyonunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $12 - x$ B) $12 - 2x$ C) $12 - 3x$
D) $12 - 4x$ E) $10 - 3x$

■ FONKSİYONLAR

Tempo Testi - 2 ✓

7. Gerçel sayılar kümesi üzerinde f ve g fonksiyonları

$$f(x) = \frac{x}{2}$$

$$g(x) = (x+1)$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $f(a) + g(a)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{3a+2}{3}$ B) $\frac{3a+2}{2}$ C) $\frac{2a+3}{2}$
D) $\frac{2a+3}{2}$ E) $2a+3$

8. Gerçel sayılar kümesi üzerinden f fonksiyonu

$$f(x) = \frac{2x+1}{3}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $f(1) \cdot f(4)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinden bir f fonksiyonu

$$f(x) = 1 + \frac{8}{x}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $f(2) \cdot f(8)$ çarpımı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 10 D) 12 E) 16

10. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu için

$$f(x) = x + 1$$

olduğuna göre, $f(f(3))$ değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11. $f(x) = x^2 - 1$

$$g(x) = 2 - f(x)$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $g(4)$ değeri kaçtır?

- A) -13 B) -5 C) 3 D) 5 E) 13

12. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f fonksiyonu

$$f(x) = x + 2$$

biçiminde tanımlanıyor.

$$f(1) + f(2) = f(a + 1) - 8$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

1. $f(2)$ 'yi bulmak için fonksiyonda x yerine 2, $f(4)$ 'ü bulmak için x yerine 4 yazalım ve $f(2) + f(4)$ toplamına ulaşalım.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 2x^2 \\ f(2) + f(4) &= 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 4^3 - 2 \cdot 4^2 \\ &= 8 - 8 + 64 - 32 \\ &= 32 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

(Cevap B)

2. $f(x) = x + 2 - 2a$
 $f(3) = 3 + 2 - 2a = 15$
 $= 5 - 2a = 15$
 $2a = -10$
 $a = -5$

(Cevap B)

3. $f(3x + 2) = -3x + 2a - 1$
 $f(5) = 4$
 $3x + 2 = 5 \Rightarrow x = 1$
 $f(5) = -3 \cdot 1 + 2a - 1$
 $= -4 + 2a = 4 \Rightarrow 2a = 8$
 $a = 4$ bulunur.

(Cevap D)

4. $f(n) = n - 7$
 $f(f(a)) = 60$
 $f(a) = a - 7$
 $f(a - 7) = a - 7 - 7$
 $= a - 14 = 60$
 $a = 74$ bulunur.

(Cevap C)

5. $f(-3)$ 'ü bulmak için $f(x)$ fonksiyonunda x yerine -3 yazalım.
 $f(x) = \frac{x^2}{x^3}$
 $f(-3) = \frac{(-3)^2}{(-3)^3} = \frac{-1}{3}$ bulunur.

(Cevap A)

6. Çap başlangıçta 12 cm ise fonksiyonun kuralına $+12$ yazılır. Çap başlangıçta 12 cm iken 10 cm'ye düşmüş yani 2 cm azalmış. 2 saniyede 2 cm azalırsa 1 saniyede 1 cm azalır. x saniyede ise x cm azalır. O halde fonksiyon $f(x) = 12 - x$ olarak yazılır.

(Cevap A)

■ FONKSİYONLAR

Çözüm - 2 ✓

7. $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarında x yerine a yazarak $f(a) + g(a)$ toplamını hesaplayalım.

$$f(x) = \frac{x}{2}$$

$$g(x) = (x + 1)$$

$$f(a) + g(a)$$

$$= \frac{a}{2} + a + 1$$

$$\frac{a + 2a + 2}{2} = \frac{3a + 2}{2} \text{ bulunur.}$$

(Cevap B)

8. $f(x) = \frac{2x+1}{3}$ fonksiyonunda x yerine 1 ve 4 yazarak $f(1)$ ve $f(4)$ fonksiyonlarını bularak $f(1) \cdot f(4)$ çarpımını hesaplayalım.

$$f(1) \cdot f(4) = \frac{2 \cdot 1 + 1}{3} \cdot \frac{2 \cdot 4 + 1}{3}$$

$$= \frac{3}{3} \cdot \frac{9}{3}$$

$$= 1 \cdot 3 = 3$$

(Cevap B)

9. $f(x) = 1 + \frac{8}{x}$

$$f(2) \cdot f(8) = \left(1 + \frac{8}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{8}{8}\right)$$

$$= 5 \cdot 2 = 10 \text{ bulunur.}$$

(Cevap C)

10. $f(x) = x + 1$

$$f(f(3)) = f(4)$$

$$f(4) = 4 + 1 = 5 \text{ bulunur.}$$

(Cevap D)

11. Soruda $g(x)$ fonksiyonunun $f(x)$ fonksiyonuna bağlı olduğunu görüyoruz. O halde $g(x)$ 'i hesaplarken önce $f(x)$ 'i bulmamız gerekir.

$$f(x) = x^2 - 1$$

$$g(x) = 2 - f(x)$$

$$g(4) = 2 - f(4)$$

$$f(4) = 15$$

$$g(4) = 2 - 15 = -13 \text{ bulunur.}$$

(Cevap A)

12. $f(x) = x + 2$

$$f(1) + f(2) = f(a + 1) - 8$$

$$f(1) = 1 + 2 = 3$$

$$f(2) = 2 + 2 = 4$$

$$3 + 4 = f(a + 1) - 8$$

$$15 = f(a + 1)$$

$$f(a + 1) = a + 1 + 2 = a + 3 = 15$$

$$a = 12 \text{ bulunur.}$$

(Cevap B)

İşlem esasında bir ya da daha fazla sayıda terimin kullanıldığı bir fonksiyondur. Bu bölümde şimdiye kadar aşına olduğumuz dört işlem (toplama, çıkarma, çarpma ve bölme) dışında soruya has tanımlanmış ve sembollerle gösterilen işlemleri göreceğiz.

- Bir \bullet işlemi şu şekilde tanımlansın: $x \bullet y = x^2 + y^2$
Buna göre $1 \bullet 2 = 1^2 + 2^2 = 5$ olur.

Örnek 1

- Doğal sayılar kümesi üzerinde tanımlı \blacktriangle işlemi,

$$x \blacktriangle y = 2x - y$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre $1 \blacktriangle 2$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$1 \blacktriangle 2 = 2 \cdot 1 - 2 = 0 \text{ bulunur.}$$

Örnek 2

- Tam sayılar kümesi üzerinde " \star " işlemi

$$a \star b = 2a + 5b - 6$$

biçiminde tanımlanıyor.

$1 \star k = 16$ olduğuna göre k kaçtır?

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 3

- Tam sayılar kümesi üzerinde " \blacktriangle " işlemi

$$x \blacktriangle y = 4x + 2y - 1$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $3 \blacktriangle (-4)$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 4

- Reel sayılar kümesi üzerinde " \blacksquare " işlemi

$$x \blacksquare y = \frac{x}{y} + x^y + 1$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $(3 \blacksquare 1)$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 5

- Tam sayılar kümesinde tanımlı " \blacktriangle " işlemi

$$x \blacktriangle y = x + y + 4$$

şeklinde veriliyor.

Buna göre, $(6 \blacktriangle 3)$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözme sırası sizde ☹

Örnek 6

- Tam sayılar kümesi üzerinde \square işlemi

$$a \square b = (8 \cdot a) + (b + 8)$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $4 \square 4$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözme sırası sizde ☹

1.	2.	3.	4.	5.	6.
0	4	3	7	13	44

1. Gerçel sayılar kümesi üzerinde Δ işlemi

$$a \Delta b = a - \frac{b}{a^2 + 1}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $3 \Delta 2$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{14}{5}$ B) $\frac{13}{5}$ C) $\frac{12}{5}$ D) $\frac{7}{5}$ E) $\frac{6}{5}$

Çözme Sırası Sizde

$$\begin{aligned} 3 \Delta 2 &= 3 - \frac{2}{3^2 + 1} \\ &= 3 - \frac{2}{10} \\ &= 3 - \frac{1}{5} = \frac{14}{5} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

2. Gerçel sayılar kümesi üzerinde " Δ " işlemi

$$a \Delta b = a^2 - b + a \cdot b$$

biçiminde tanımlanıyor.

$$5 \Delta k = 53$$

olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

Çözme Sırası Sizde

3. Tam sayılar kümesi üzerinde " \star " işlemi

$$x \star y = x + y - 2x + 3y$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $2 \star 6$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

Çözme Sırası Sizde

4. Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde " \star " işlemi

$$x \star y = \frac{x}{y} + (x + y)$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $8 \star 4$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

Çözme Sırası Sizde

5. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$$a \circ b = a - b + a \cdot b$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre $3\sqrt{2} \circ 2\sqrt{2}$ işleminin sonucu kaçtır

- A) $2\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$
D) $\sqrt{2} + 12$ E) $\sqrt{2} + 20$

Çözme Sırası Sizde

6. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$$a \square b = a^2 - b^3$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre $3 \square 1$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 2

Çözme Sırası Sizde

1. Gerçek sayılar kümesi üzerinde Δ işlemi
 $a \Delta b = a^2 + b^2 - a \cdot b$
 biçiminde tanımlanıyor.
Buna göre $9 \Delta 1$ kaçtır?
 A) 38 B) 40 C) 73 D) 82 E) 91

2. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı " \square " işlemi
 $x \square y = 2x + 2y + xy + 2$
 şeklinde tanımlanıyor.
Buna göre $1 \square -1$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. Reel sayılar kümesi üzerinde " \star " işlemi
 $x \star y = x + y - 4$
 biçiminde tanımlanıyor.
Buna göre $50 \star 40$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) 84 B) 86 C) 89 D) 92 E) 100

4. Tam sayılar kümesi üzerinde " \circ " işlemi
 $x \circ y = 4x + 2y - 3$
 $1 \circ k = 19$ olduğuna göre k kaçtır?
 A) 4 B) 9 C) 13 D) 19 E) 21

5. Gerçek sayılar kümesi üzerinde " \circ " işlemi
 $x \circ y = x - y + x \cdot y$
 biçiminde tanımlanıyor.
Buna göre $8 \circ 7$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) 47 B) 48 C) 50 D) 57 E) 58

6. Gerçek sayılar kümesi üzerinde " \star " işlemi
 $a \star b = 2a + 3b - 6$
 şeklinde tanımlanıyor.
Buna göre $5 \star 4$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) 15 B) 16 C) 25 D) 26 E) 36

7. Gerçel sayılar kümesi üzerinden tanımlı " \diamond " işlemi

$$x \diamond y = x \cdot (x - y)$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre $(3 \diamond 2) \diamond 1$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 6 D) 8 E) 12

8. Gerçel sayılar kümesi üzerinde " \square " işlemi

$$x \square y = x^2 + 2x + x \cdot y$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre $1 \square 2$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. Gerçel sayılar kümesi üzerinde " Δ " işlemi

$$a \Delta b = a^2 + 2b^2$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre $4 \Delta 3$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 25 B) 28 C) 31 D) 34 E) 37

10. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı " \blacklozenge " ve " \blacksquare " işlemleri

$$a \blacklozenge b = 2 \cdot (a - b)$$

$$a \blacksquare b = 3 \cdot (a + b)$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre $(3 \blacklozenge 5) \blacksquare 6$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

11. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı " \circ " ve " \square " işlemleri

$$a \circ b = a^2 - 2b$$

$$a \square b = a^2 + 2b$$

şeklinde veriliyor.

Buna göre $(2 \circ 4) \square (5 \circ 3)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 44 B) 54 C) 64 D) 65 E) 74

12. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı " \ast " ve " $\#$ " işlemleri

$$x \ast y = 5x + 5y$$

$$x \# y = 2x - 2y$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre $(4 \ast 4) \# 2$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 62 B) 66 C) 76 D) 77 E) 86

$$\begin{aligned}
 1. \quad a \triangle b &= a^2 + b^2 - ab \\
 9 \triangle 1 &= 9^2 + 1^2 - 9 \cdot 1 \\
 &= 81 + 1 - 9 \\
 &= 73
 \end{aligned}$$

(Cevap C)

$$\begin{aligned}
 2. \quad 1 \square - 1 &= 2 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) + 1 \cdot (-1) + 2 \\
 &= 2 - 2 - 1 + 2 \\
 &= 1 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

(Cevap D)

$$\begin{aligned}
 3. \quad 50 \star 40 &= 50 + 40 - 4 \\
 &= 90 - 4 \\
 &= 86 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

(Cevap B)

$$\begin{aligned}
 4. \quad x \circ y &= 4x + 2y - 3 \\
 1 \circ k &= 19 \\
 1 \circ k &= 4 + 2k - 3 = 19 \\
 2k + 1 &= 19 \\
 2k &= 18 \\
 \boxed{k} &= \boxed{9}
 \end{aligned}$$

(Cevap B)

$$\begin{aligned}
 5. \quad 8 \circ 7 &= 8 - 7 + 8 \cdot 7 \\
 &= 1 + 56 \\
 &= 57 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

(Cevap D)

$$\begin{aligned}
 6. \quad 5 \star 4 &= 2 \cdot 5 + 3 \cdot 4 - 6 \\
 &= 10 + 12 - 6 \\
 &= 22 - 6 \\
 &= 16 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

(Cevap B)

7. $3 \diamond 2 = 3 \cdot (3 - 2) = 3$
 $3 \diamond 1 = 3 \cdot (3 - 1) = 3 \cdot 2 = 6$ bulunur.

(Cevap C)

8. $1 \square 2 = 1^2 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2$
 $= 1 + 2 + 2$
 $= 5$ bulunur.

(Cevap E)

9. $4 \triangle 3 = 4^2 + 2 \cdot 3^2$
 $= 16 + 2 \cdot 9$
 $= 16 + 18 = 34$ bulunur.

(Cevap D)

10. $3 \blacklozenge = 2(3 - 5)$
 $= 2 \cdot -2 = -4$

$-4 \blacksquare 6 = 3 \cdot (-4 + 6)$
 $= 3 \cdot 2 = 6$ bulunur.

(Cevap A)

11. $2 \circ 4 = 2^2 - 2 \cdot 4 = 4 - 8 = -4$
 $5 \circ 3 = 5^2 - 2 \cdot 3 = 25 - 6 = 19$
 $-4 \square 19 = (-4)^2 + 2 \cdot 19$
 $16 + 38 = 54$ bulunur.

(Cevap B)

12. $4 \ast 4 = 5 \cdot 4 + 5 \cdot 4 = 40$
 $40 \# 2 = 2 \cdot 40 - 2 \cdot 2$
 $= 80 - 4 = 76$ bulunur.

(Cevap C)